Sistemas Lineales — Julio 2016

Problema 1 ***(2,5 pts., convalidable con el primer parcial):*** Calcule las siguientes operaciones

a) $x(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{-2\tau}\delta(\tau - 3)d\tau$

b) Potencia media de $x[n] = e^{j\frac{7\pi}{2}n}$

c) $T_m = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2(7t+1)}{t^2 - 2j}\delta(2t)dt$

d) $m(t) = e^{t}u(-t+1) * e^{-t}u(t-1)$

e) $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} (u[k-6] - u[k-7])$

Problema 2 ***(2,5 pts., convalidable con el segundo parcial):***

a) Calcule la transformada de Fourier de la señal

$$x(t) = \begin{cases} e^{-t}\cos(\omega_0 t) & t \geq 0 \\ e^{t}\sin(\omega_0 t) & t < 0 \end{cases}$$

y escríbalo como parte real más parte imaginaria.

b) Sea una señal real y par $f(t)$ con transformada de Fourier $F(\omega)$ y la señal periódica definida por la suma $p(t) = 1 + \cos(7\pi t) + \cos(14\pi t) + \cos(21\pi t)$. Se define la señal compuesta $m(t) = f(t) * p(t)$ que, a su vez, es la entrada de un sistema LTI con respuesta al impulso $h(t) = \left(\frac{\sin \pi t}{\pi t}\right)^2$. Calcule la señal a la salida $y(t) = m(t) * h(t)$, así como su transformada de Fourier.

c) Para el apartado anterior, demuestre que para la entrada $m(t)$ la salida será periódica (o nula) para cualquier respuesta al impulso $h(t)$.

d) Estudie la periodicidad de $x(t) = e^{j7\pi t} + e^{jt}$. En caso de ser periódica, calcule su serie de Fourier.

Problema 3 ***(2,5 pts., convalidable con el tercer parcial):*** Se considera un sistema que genera señales sonoras sintéticas, $x_c(t)$, mediante una serie de armónicos fundamentales espaciados una frecuencia fundamental y una serie de pesos. Para un caso particular, podemos escribir la señal como:

$$x_c(t) = \sum_{k=-2}^{2} \alpha_k e^{jk\frac{3\pi}{4}t}, \qquad \text{con } \alpha_k = 3 - |k|\,.$$

La señal $x_c(t)$ se multiplica por la señal $m(t) = \frac{\sin\frac{3\pi}{8}t}{\pi t}$, de tal forma que $x_2(t) = x_c(t)\cdot m(t)$.

a) Calcule y dibuje la transformada de Fourier de la señal $x_2(t)$.

b) Estudie si es posible muestrear sin cometer aliasing las señales $x_c(t)$, $m(t)$ y $x_2(t)$, utilizando para ello un tren de impulsos. En caso afirmativo, calcule el periodo de muestreo máximo.

c) Se decide muestrear la señal $x_2(t)$ utilizando para ello un tren de deltas equiespaciadas $T_s = 2/3$. Dibuje la transformada de Fourier de la señal muestreada continua $x_p(t)$ y de la señal discreta $x[n]$.

d) Se reconstruye la señal utilizando para ello el filtro de interpolación genérico correspondiente a la frecuencia de muestreo dada. Dibuje la transformada de Fourier de la señal de salida.

Problema 4 Sea un sistema causal cuya función de transferencia es $H(z) = \frac{3z^{-2}}{1-\frac{10}{3}z^{-1}+z^{-2}}$.

a) Calcule la respuesta al impulso del sistema $h[n]$.

b) Justifique si existe o no la transformada de Fourier de $h[n]$, y en caso de existir calcúlela.

c) Calcule la respuesta al impulso del sistema inverso y estudie su memoria, causalidad y estabilidad.

d) Calcule la salida del sistema cuando la entrada es $x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} u[n+1]$.