# Sistemas Lineales

## Examen de Septiembre 2009

1. **(2.5 pt.)** Calcule la transformada de Fourier de $x[n] = |\sin(\Omega_0 n)|$, con $\Omega_0 = \pi/3$. Dibújela para el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.

2. **(2.5 pt.)** Sean las señales de audio $x_1(t)$ y $x_2(t)$, cuyas transformadas de Fourier son nulas para $|\omega| > 4\pi \cdot 10^4$. Para su transmisión se propone el siguiente sistema de modulación:

$$z(t) = (x_1(t) + 1)\cos(\omega_1 t) + (x_2(t) + 1)\cos(\omega_2 t).$$

   Por restricciones de canal, se tiene que cumplir que

$$|Z(\omega)| = 0 \quad \begin{cases} |\omega| > 32\pi \cdot 10^4 \\ |\omega| < 16\pi \cdot 10^4 \end{cases}$$

   (a) Calcule y dibuje la transformada de Forier de $z(t)$ (sin ninguna restricción).

   (b) Calcule los valores que deben tener $\omega_1$ y $\omega_2$ para poder recuperar la señal en recepción (cumpliendo las restricciones de canal).

   (c) Proponga un esquema para recuperar $x_2(t)$ en recepción. (Dé el diagrama de bloques del sistema en el dominio temporal).

3. **(2.5 puntos)** Estudie las propiedades de memoria, causalidad, invertibilidad, linealidad, estabilidad e invarianza en el tiempo del sistema dado por la relación:

$$y[n] = \int_{2\pi}^{4\pi} e^{j\Omega 2} \frac{1}{(1 - 0.32e^{-j\Omega})^2} \left( \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] e^{-j\Omega k} \right) e^{j\Omega n} d\Omega.$$

4. **(2.5 puntos)** Una señal $x(t)$ con transformada de Fourier $X(\omega)$ tiene la siguiente propiedad:

$$\left( x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - 3k) \right) * \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)}{\frac{\pi}{3}t} = x(t).$$

   ¿Para qué valores de $\omega$ se garantiza que $X(\omega) = 0$?