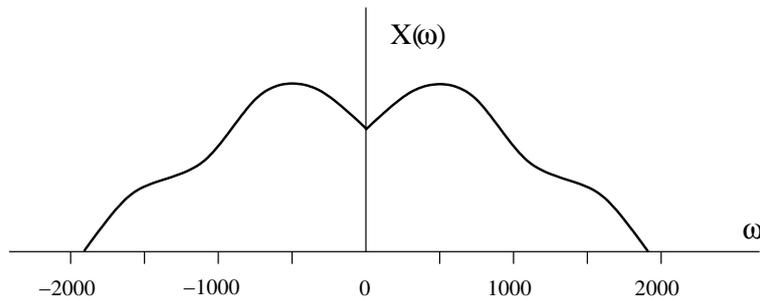


SISTEMAS LINEALES  
TEMA 7. PROBLEMAS DE FILTRADO

1. Determine la respuesta al impulso en el dominio de la frecuencia y en el dominio temporal de los siguientes filtros ideales:
  - (a) Filtro paso-bajo continuo con frecuencia de corte 25 kHz.
  - (b) Filtro paso-bajo discreto con frecuencia de corte  $\Omega = \pi/6$ .
  - (c) Filtro paso-alto continuo con frecuencia de corte 50 MHz.
  - (d) Filtro paso-alto discreto con frecuencia de corte  $\Omega = 6\pi/7$
  - (e) Filtro paso-banda continuo para la banda comprendida entre 5 MHz y 6.3 MHz.
  - (f) Filtro paso-banda discreto para la banda comprendida entre  $0.75\pi \leq \Omega < 0.85\pi$ .
  
2. Diseñe un filtro continuo ideal sin fase ( $\alpha = 0$ ) que elimine todas las frecuencia superiores a 1 MHz. Halle la respuesta en frecuencia y la respuesta al impulso de dicho filtro. A continuación filtre las siguientes señales:
  - (a)  $x_1(t) = \cos(2\pi 1500t)$
  - (b)  $x_2(t) = \cos(2\pi 10^7 t)$
  - (c)  $x_3(t) = (\cos(2\pi 1500t)) \cos(2\pi 10^6 t)$
  
3. Sea la señal  $x(t)$  cuya transformada de Fourier se muestra en la siguiente figura:



Dibuje la transformada de Fourier de la señal filtrada  $y(t)$  para los siguientes filtros:

- (a) Filtro paso-bajo con frecuencia de corte  $\omega = 500$ .
- (b) Filtro paso-bajo con frecuencia de corte  $\omega = 1000$ .
- (c) Filtro paso-alto con frecuencia de corte  $\omega = 500$ .
- (d) Filtro paso-alto con frecuencia de corte  $\omega = 1000$ .
- (e) Filtro paso-bajo con frecuencia de corte  $\omega = 2000$ .
- (f) Filtro paso-banda para la banda  $500 \leq |\omega| \leq 1500$ .

4. Un filtro paso-bajo ideal tiene frecuencia de corte  $\omega = 2\pi 40$  y fase lineal con  $\alpha = -1$ . Filtre las siguientes señales:

- (a)  $x(t) = \cos(2\pi 30t)$
- (b)  $x(t) = e^{-t}u(t)$
- (c)  $x(t) = (\cos(2\pi 30t)) * ((\cos(2\pi 300t)))$
- (d)  $x(t) = \delta(t)$
- (e)  $x(t) = e^{j2\pi 30t}$
- (f)  $x(t) = e^{j2\pi 50t}$

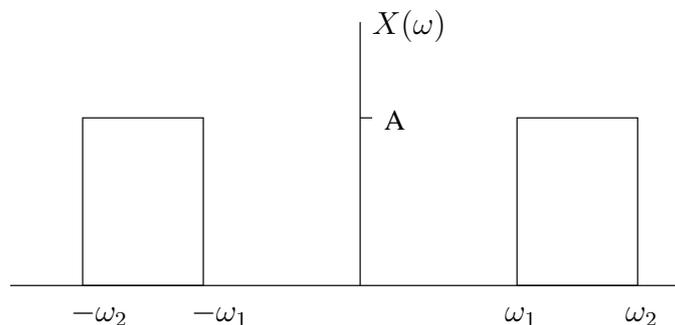
5. Dibuje un filtro paso-bajo que cumpla las siguientes propiedades:

- Rizado de la banda de paso 0.05
- Rizado de la banda atenuada 0.1
- Borde de la banda de paso 10 MHz.
- Borde de la banda de transición 10.1 MHz.

6. Cierta sistema de transmisión no ideal presenta un comportamiento no totalmente lineal, de modo que en lugar de enviar la señal  $x(t)$ , envía la señal

$$x_2(t) = x(t) + \frac{1}{2}x^2(t)$$

Se sabe que  $x(t)$  tiene el espectro de la figura ( $A$  es un número real y positivo).



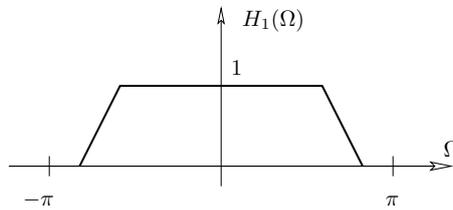
- (a) Represente la Transformada de Fourier de  $x_2(t)$ , sabiendo que  $\omega_1 = 8\pi$  y  $\omega_2 = 12\pi$ .
  - (b) Proponga un sistema LTI que permita recuperar  $x(t)$  a partir de  $x_2(t)$ .
  - (c) Calcule la relación que han de cumplir  $\omega_1$  y  $\omega_2$  para garantizar que  $x(t)$  puede ser recuperada a partir de  $x_2(t)$ .
7. Sea la señal continua periódica con periodo  $T_0 = 1$ , y  $x(t) = \sin(\pi t)$  para  $0 \leq t \leq 1$ .
- (a) Determine los coeficientes  $a_k$  de su representación en serie de Fourier.
  - (b) Obtenga y dibuje su transformada de Fourier,  $X(\omega)$ , entre  $-7\pi \leq \omega \leq 7\pi$ .
  - (c) Halle la salida  $y(t)$  cuando  $x(t)$  es la entrada a un filtro paso-bajo ideal de frecuencia de corte  $3\pi$  y ganancia unitaria.

8. Sea  $x[n]$  una señal discreta periódica con periodo  $N = 4$ , y  $x[n] = \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)$  para  $0 \leq n \leq 3$ .

- (a) Determine los coeficientes  $a_k$  de su representación en serie de Fourier.  
*NOTA:* Se recomienda calcular de manera independiente los coeficientes para cada valor de  $k$ .
- (b) Obtenga y dibuje su transformada de Fourier,  $X(\Omega)$ .
- (c) Halle la salida  $y[n]$  cuando  $x[n]$  es la entrada del sistema LTI cuya respuesta al impulso es:

$$h[n] = \frac{3}{4} \operatorname{sinc}\left(\frac{3}{4}n\right) - \frac{1}{4} \operatorname{sinc}\left(\frac{1}{4}n\right)$$

9. Un filtro paso-bajo discreto  $h_1[n]$  tiene por transformada de Fourier  $H_1(\Omega)$ . Un periodo de dicha señal tiene la forma:



Calcule y dibuje  $H_2(\Omega)$ , siendo  $h_2[n] = (-1)^n h_1[n]$ . ¿Qué clase de filtro es  $h_2[n]$ ?

10. Considere la señal  $x(t) = |\sin(\pi t)|$

- (a) Obtenga su transformada de Fourier,  $X(\omega)$ , y representela para  $|\omega| \leq 7\pi$ .
- (b) Considere el sistema de la figura inferior, donde la transformada de Fourier de la respuesta al impulso  $h(t)$  es:

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq 5\pi \\ 0, & |\omega| > 5\pi \end{cases}$$

Determine la salida del sistema,  $z(t)$ , siendo  $y(t) = \frac{4}{3\pi} \cos(2\pi t)$ .

