Sistemas Lineales

Tema 7. Soluciones de la Hoja de Problemas

1. $X(\omega) = 0, |\omega| > 5\ 10^3\pi$

2. $T \leq 10^{-3} \Rightarrow$ (a) y (c).

3. (a) $\omega_s = \omega_0$
   (b) $\omega_s = \omega_0$
   (c) $\omega_s = 2\omega_0$
   (d) $\omega_s = 3\omega_0$

4. El filtro de reconstrucción es un filtro paso bajo ideal con las siguientes características:

   - La frecuencia de corte del filtro, ω_c, debe cumplir: $\frac{\omega_0}{2} \leq \omega_c \leq \frac{2\pi}{T} - \frac{\omega_0}{2}$. El mejor valor es $\omega_c = \frac{\pi}{T}$.
   - Ganancia: T.
   - Fase nula (la réplica en el origen no tiene desfase).

5. $T_{max} = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2}$

6. (a) $X_p(\omega)$ e $Y(\omega)$, como se muestran en la figura 1(a).
   (b) El sistema como se muestra en la figura 1(b).
   (c) El sistema como se muestra en la figura 1(c).
   (d) $\Delta_{max} = \frac{\pi}{\omega_M}$

7. T debe estar comprendido entre: $\frac{\pi}{\omega_1} \leq T \leq \frac{2\pi}{\omega_2}$. Por tanto, $T_{max} = \frac{2\pi}{\omega_2}$.

   Para T_{max}: $\omega_b = \frac{2\pi}{T}$, $\frac{2\pi}{T} - \omega_1 \leq \omega_a \leq \omega_1$ (el mejor valor es $\omega_a = \frac{\pi}{T}$), y $A = T$.

8. (a) $T_{max} = 5\ 10^{-5}$
   (b) $h[n] = Tu[n]$
   (c) La condición impuesta equivale a $TX(0) = X_c(0)$. Esto implica que no haya aliasing en $\omega = 0$, u $\Omega = 0$, es decir, $T < 10^{-4}$. No existe un valor máximo, ya que la desigualdad es estricta.

9. (a) $V(\omega)$ como se muestra en la figura 2(a).
   (b) $I(\omega)$ como se muestra en la figura 2(b).
   (c) $R(\omega)$ como se muestra en la figura 2(c).
   (d) $R(\omega)$ para $|\omega| < 40\pi$, como se muestra en la figura 2(d).
   $v_a(t) = \frac{1}{T}cos(20\pi t - \phi)$, es decir, $A_a = \frac{1}{T}$, $\omega_a = 20\pi$ y $\phi_a = -\phi$.
   (e) $R(\omega)$ para $|\omega| < 40\pi$, como se muestra en la figura 2(e).
   $v_a(t) = \frac{1}{T}cos(20\pi t + \phi)$, es decir, $A_a = \frac{1}{T}$, $\omega_a = 20\pi$ y $\phi_a = \phi$.

10. (a) $H(\omega)$, $Z(\omega)$ y $X_p(\omega)$ como se muestran en la figura 3(a).
    (b) Los esquemas para recuperar $x_1(t)$ y $x_2(t)$ a partir de $x_p(t)$ se muestran en la figura 3(b).

11. $T_{max} = \frac{\pi}{2B}$.

12. (Examen Feb. 2008, ejercicio 1a)

    1) No es invertible.
    2) Sí es invertible.

13. (Examen Feb. 2007, ejercicio 5)

    (a) Ver resolución del examen.

    (b)
    $$P(\omega) = \frac{2\pi\Delta}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-jk\frac{2\pi}{T}t_0} \operatorname{sinc}\left(\frac{k\Delta}{T}\right) \delta\left(\omega - \frac{2\pi}{T}k\right).$$

    (c)
    $$P(\omega) = \frac{\pi}{4} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-jk\frac{\pi}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{8}\right) \delta\left(\omega - \frac{2\pi}{T}k\right).$$
    $$X_p(\omega) = \frac{1}{8} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-j)^k \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{8}\right) X\left(\omega - \frac{2\pi}{T}k\right).$$
    Para su representación ver la resolución del examen.

    (d) $T_{\text{máx}} = \frac{\pi}{\omega_M}$.
    Si $x(t)$ es real y par, $X(\omega)$ es también real y par, y como las réplicas del espectro en $X_p(\omega)$ van siendo alternativamente multiplicadas por $(-j)^k$, son alternativamente reales e imaginarias puras. Por tanto, obteniendo la parte real de $X_p(\omega)$, o lo que es lo mismo –según las propiedades de la transformada de Fourier de tiempo continuo)– la parte par de $x_p(t)$, la condición de no aliasing se puede relajar: $T_{\text{máx}} = \frac{2\pi}{\omega_M}$.

14. (Examen Feb. 2008, ejercicio 1a)

    (a) Ver gráficas en resolución del examen.

    (b) $y_c(t) = -\frac{1}{2} \operatorname{sen}\left(3\pi t - \frac{3\pi}{10}\right)$.

    (c) $H_c(\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega/10}, & |\omega| \leq \frac{7\pi}{2}, \\ 0, & |\omega| > \frac{7\pi}{2}. \end{cases}$
    $h_c(t) = \frac{\operatorname{sen}\left[\frac{7\pi}{2}\left(t-\frac{1}{10}\right)\right]}{\pi\left(t-\frac{1}{10}\right)} = \frac{7}{2} \operatorname{sinc}\left[\frac{7}{2}\left(t - \frac{1}{10}\right)\right].$

15. (Examen Sep. 2007, ejercicio 4)

    (a)
    $$R(\Omega) = \frac{1}{T_1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(\frac{\Omega - 2\pi k}{T_1}\right).$$
    $$S(\Omega) = X(3\Omega).$$
    $$Y(\Omega) = S(\Omega)H(\Omega).$$
    Para su representación ver la resolución del examen.

    (b) $T_2 = \frac{1}{9000}$s., $G = 3$.

    (c) $r[n] = x_c(nT_1)$.
    $s[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} r[k]\delta[n - kL] = \begin{cases} r\left[\frac{n}{L}\right], & n = \dot{L} = kL, \quad k \in \mathcal{Z}, \\ 0, & \text{resto.} \end{cases}$
    $y[n] = s[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s[k]h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s[k] \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}(n-k)\right)}{\pi(n-k)}.$

(d) Ver gráficas en resolución del examen.

16. (Examen Sep. 2008, ejercicio 4)

    (a) Ver gráficas en resolución del examen.
    (b) Ver gráficas en resolución del examen.
    (c) $x_{f_2}(t) = x_f(t/2)$.

17. (Examen Sep. 2006 técnicas, ejercicio 5)

    (a) Ver gráficas en resolución del examen.
    (b)

$$y(t) = \frac{\operatorname{sen}[30\pi(t+1)]}{2\pi(t+1)} + \frac{\operatorname{sen}[30\pi(t-1)]}{2\pi(t-1)} - \frac{\operatorname{sen}[20\pi(t+1)]}{2\pi(t+1)} - \frac{\operatorname{sen}[20\pi(t-1)]}{2\pi(t-1)}.$$

18. (Examen Sep. 2005, ejercicio 3)

$$y(t) = 0.1e^{j2000\pi t} + 2e^{j\pi/2}e^{-j6000\pi t}.$$

19. (Examen Sep. 2006, ejercicio 4)

$$x_p(t) = \frac{1}{W}\sum_{k=-\infty}^{\infty} x\left(t - k\frac{2\pi}{W}\right) = \frac{1}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X(kW)e^{jkWt}.$$

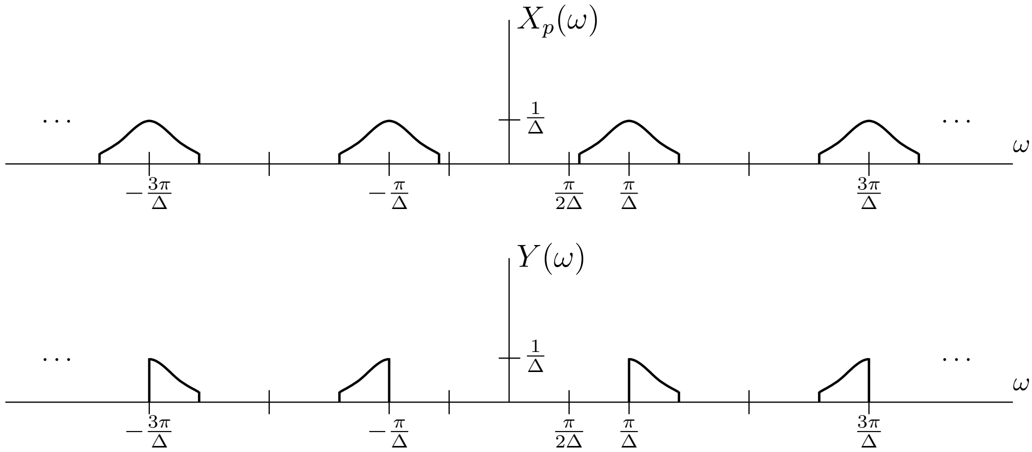
20. Problemas de ampliación:

    7.3. (a) $\omega_M = 8000\pi$
    (b) $\omega_M = 8000\pi$
    (c) $\omega_M = 16000\pi$

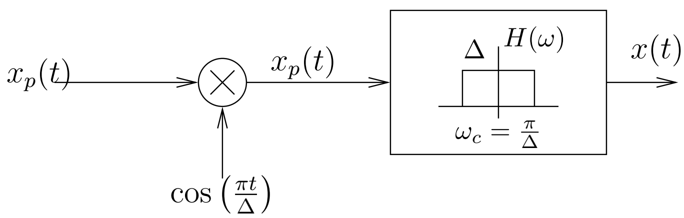
    7.10. (a) Falso.
    (b) Verdadero.
    (c) Verdadero.

    7.11. (a) $X_c(\omega)$ es real.
    (b) El máximo valor de $X_c(\omega)$ en toda ω es $T = 0.5 \times 10^{-3}$.
    (c) $X_c(\omega) = 0$, $1500\pi \leq |\omega| \leq 2000\pi$;
    pero como $X_c(\omega) = 0$, $|\omega| \geq 2000\pi$, $X_c(\omega) = 0$, $|\omega| \geq 1500\pi$.
    (d) $X_c(\omega) = X_c(\omega - 2000\pi)$;
    pero como $X_c(\omega) = 0, |\omega| \geq 2000\pi \Rightarrow X_c(\omega) = 0, \forall\omega$.

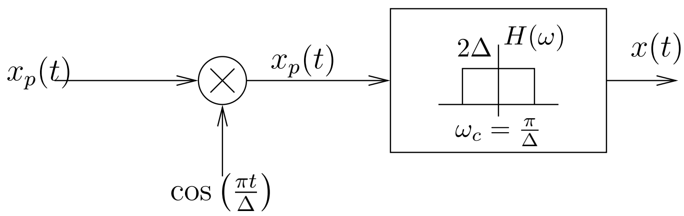
    7.21. (a) Sí.
    (b) No.
    (c) No.
    (d) Sí.
    (e) No.
    (f) Sí.
    (g) No.



(a)



(b)



(c)

Figura 1: Soluciones al problema 6

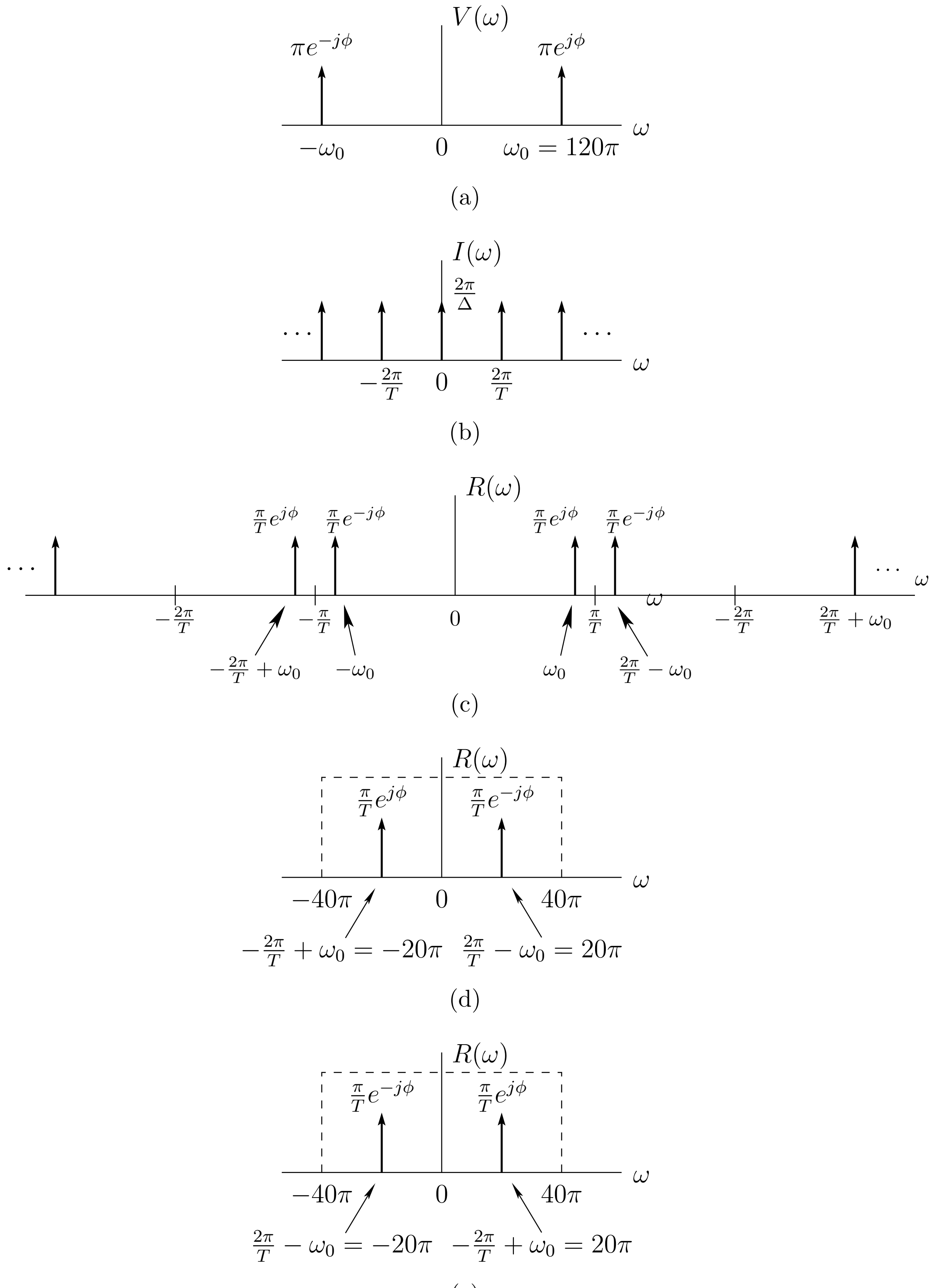
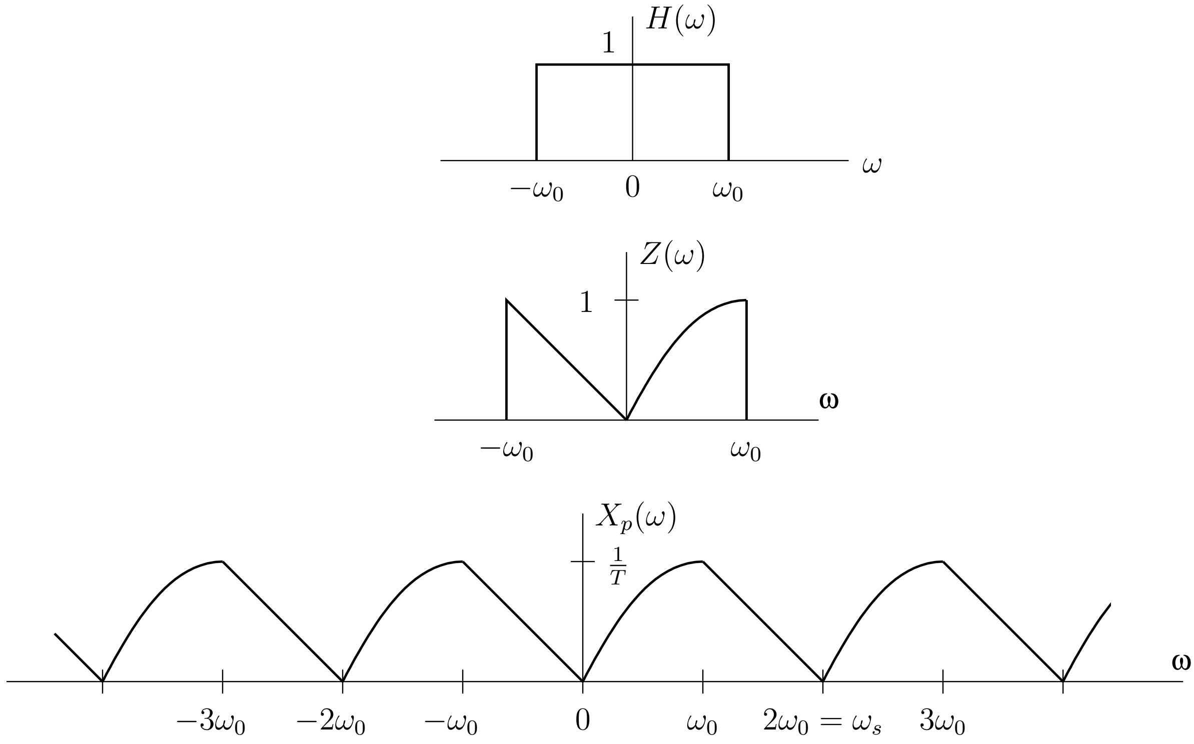
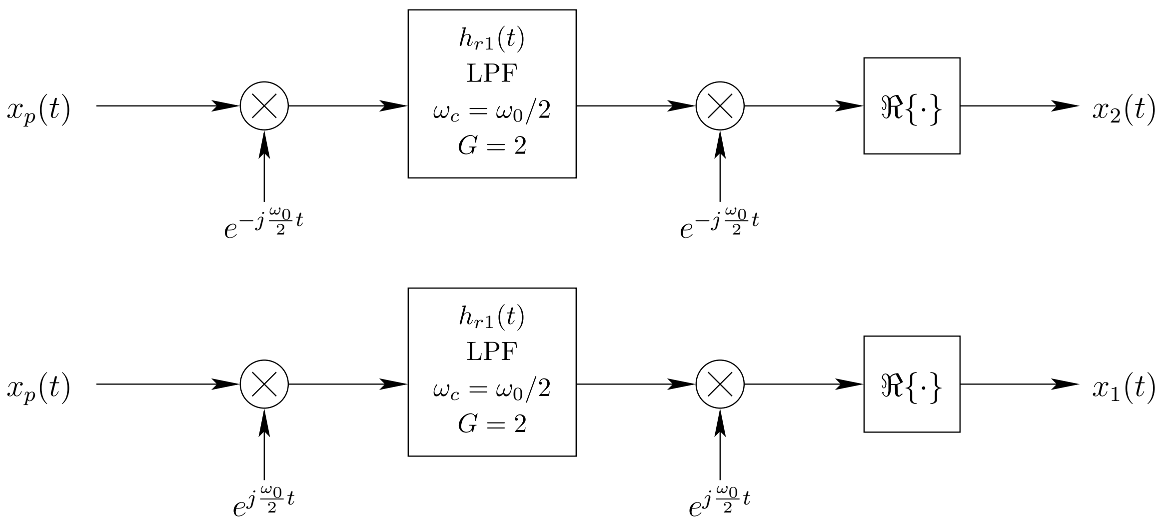


Figura 2: Soluciones al problema 9



(a)



(b)

Figura 3: Soluciones al problema 10