

Señal	Transformada de Fourier	Coef. serie de Fourier (si es periódica)
$\sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk(2\pi/N)n}$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta(\Omega - \frac{2\pi}{N}k)$	a_k
$e^{j\Omega_0 n}$	$2\pi \delta_p(\Omega - \Omega_0)$	(a) $\Omega_0 = \frac{2\pi m}{N}$ $a_k = \begin{cases} 1, & k = m \pm lN, \quad l = 0, 1, \dots \\ 0, & \text{otro valor} \end{cases}$ (b) $\frac{\Omega_0}{2\pi}$ irracional \Rightarrow la señal es aperiódica
$\cos \Omega_0 n$	$\pi [\delta_p(\Omega - \Omega_0) + \delta_p(\Omega + \Omega_0)]$	(a) $\Omega_0 = \frac{2\pi m}{N}$ $a_k = \begin{cases} \frac{1}{2}, & k = \pm m \pm lN, \quad l = 0, 1, \dots \\ 0, & \text{otro valor} \end{cases}$ (b) $\frac{\Omega_0}{2\pi}$ irracional \Rightarrow la señal es aperiódica
$\sin \Omega_0 n$	$\frac{\pi}{j} [\delta_p(\Omega - \Omega_0) - \delta_p(\Omega + \Omega_0)]$	(a) $\Omega_0 = \frac{2\pi m}{N}$ $a_k = \begin{cases} \frac{1}{2j}, & k = m \pm lN, \quad l = 0, 1, \dots \\ -\frac{1}{2j}, & k = -m \pm lN, \quad l = 0, 1, \dots \\ 0, & \text{otro valor} \end{cases}$ (b) $\frac{\Omega_0}{2\pi}$ irracional \Rightarrow la señal es aperiódica
1	$2\pi \delta_p(\Omega)$	$a_k = \begin{cases} 1 & k = 0, \pm N, \pm 2N, \dots \\ 0 & \text{otro valor} \end{cases}$
Onda cuadrada periódica $x[n] = \begin{cases} 1, & n \leq N_1 \\ 0, & N_1 < n \leq \frac{N}{2} \end{cases}$ $x[n+N] = x[n]$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta(\Omega - \frac{2\pi k}{N})$	$a_k = \frac{\sin[(2\pi k/N)(N_1+1/2)]}{N \sin[2\pi k/2N]}, \quad k \neq 0, \pm N, \dots$ $a_k = \frac{2N_1+1}{N}, \quad k = 0, \pm N, \pm 2N, \dots$
$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n - kN]$	$\frac{2\pi}{N} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\Omega - \frac{2\pi k}{N})$	$a_k = \frac{1}{N}$ para todo k
$a^n u[n], a < 1$	$\frac{1}{1 - ae^{-j\Omega}}$	-
$x[n] = \begin{cases} 1, & n \leq N_1 \\ 0, & n > N_1 \end{cases}$	$\frac{\sin[\Omega(N_1+1/2)]}{\sin(\Omega/2)}$	-
$\frac{\sin Wn}{\pi n} = \frac{W}{\pi} \text{sinc}\left(\frac{Wn}{\pi}\right)$ $0 < W < \pi$	$X(\Omega) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \Omega \leq W \\ 0, & W < \Omega \leq \pi \end{cases}$ $X(\Omega)$ periódica con periodo 2π	-
$\delta[n]$	1	-
$u[n]$	$\frac{1}{1 - e^{-j\Omega}} + \pi \delta_p(\Omega)$	-
$\delta[n - n_0]$	$e^{-j\Omega n_0}$	-
$(n+1)a^n u[n], a < 1$	$\frac{1}{(1 - ae^{-j\Omega})^2}$	-
$\frac{(n+r-1)!}{n!(r-1)!} a^n u[n], a < 1$	$\frac{1}{(1 - ae^{-j\Omega})^r}$	-

Tabla 1: Pares Básicos de Transformadas de Fourier de Tiempo Discreto

Propiedad	Señal Aperiódica	Transformada de Fourier
Linealidad	$ax[n] + by[n]$	$aX(\Omega) + bY(\Omega)$
Desplazamiento temporal	$x[n - n_0]$	$e^{-j\Omega n_0} X(\Omega)$
Desplazamiento en frecuencia	$e^{j\Omega_0 n} x[n]$	$X(\Omega - \Omega_0)$
Conjugación	$x^*[n]$	$X^*(-\Omega)$
Inversión temporal	$x[-n]$	$X(-\Omega)$
Expansión en tiempo	$x_{(k)}[n]$	$X(k\Omega)$
Convolución	$x[n] * y[n]$	$X(\Omega)Y(\Omega)$
Multiplicación	$x[n]y[n]$	$X(\Omega) \otimes Y(\Omega)$
Diferenciación en tiempo	$x[n] - x[n - 1]$	$(1 - e^{-j\Omega})X(\Omega)$
Acumulación	$\sum_{k=-\infty}^n x[k]$	$\frac{1}{1 - e^{-j\Omega}} X(\Omega) + \pi X(0)\delta_p(\Omega)$
Diferenciación en frecuencia	$nx[n]$	$j \frac{dX(\Omega)}{d\Omega}$
Relación de Parseval		

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} |X(\Omega)|^2 d\Omega$$

Tabla 2: Propiedades de la Transformada de Fourier de Tiempo Discreto

Propiedad	Señal periódica	Coef. Serie de Fourier
	$\left. \begin{matrix} x[n] \\ y[n] \end{matrix} \right\}$ Periodo N ($\Omega_0 = \frac{2\pi}{N}$)	$\left. \begin{matrix} a_k \\ b_k \end{matrix} \right\}$ Periodo N
Linealidad	$Ax[n] + By[n]$	$Aa_k + Bb_k$
Desplazamiento temporal	$x[n - n_0]$	$a_k e^{-jk(2\pi/N)n_0}$
Desplazamiento en frecuencia	$e^{jM(2\pi/N)n} x[n]$	a_{k-M}
Conjugación	$x^*[n]$	a_{-k}^*
Inversión de tiempo	$x[-n]$	a_{-k}
Escalado temporal	$x_{(m)}[n]$ (Periódica de periodo mN)	$\frac{1}{m} a_k$
Convolución Periódica	$\sum_{r=\langle N \rangle} x[r]y[n-r]$	$Na_k b_k$
Multiplicación	$x[n]y[n]$	$\sum_{l=\langle N \rangle} a_l b_{k-l}$
Diferenciación	$x[n] - x[n - 1]$	$(1 - e^{-jk(2\pi/N)})a_k$
Acumulación	$\sum_{k=-\infty}^n x[k]$ (Finita y periódica sólo si $a_0 = 0$)	$\left(\frac{1}{(1 - e^{-jk(2\pi/N)})} \right) a_k$
Simetría Conjugada	$x[n]$ real	$a_k = a_{-k}^*$
Relación de Parseval		

$$\frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} |x[n]|^2 = \sum_{k=\langle N \rangle} |a_k|^2$$

Tabla 3: Propiedades de la Serie Discreta de Fourier