

La Imagen Médica: Ecografía

Marcos Martín Fernández

12 de febrero de 2008

1. Introducción

La introducción de *técnicas de imagen avanzadas* ha mejorado significativamente la calidad de la atención médica que se da a los pacientes. Los métodos de imagen no invasivos permiten que los especialistas realicen diagnósticos cada vez más precisos y que se puedan utilizar tratamientos más adecuados. Las técnicas de *imagen médica* se aplican en medicina de laboratorio, en intervenciones quirúrgicas, en radioterapia, medicina nuclear y radiología de diagnóstico, entre otras. Las técnicas más utilizadas de imagen médica se pueden clasificar en términos generales en dos grandes grupos:

- Técnicas de visualización de estructuras anatómicas internas.
- Métodos de representación de funciones fisiológicas.

Los avances técnicos han hecho que sea bastante común la adquisición y representación en tres y cuatro dimensiones de estructuras internas de animales y seres humanos. Actualmente existe un gran abanico de modalidades de imagen médica.

La *tomografía axial computerizada de rayos X* o CT es un método bastante utilizado a diario en la práctica clínica. La tomografía da lugar a un conjunto de imágenes que representan la anatomía del paciente. Los escáneres de CT proporcionan un conjunto de secciones axiales bidimensionales a partir de las cuales se puede obtener la imagen tridimensional. Esta técnica se basa en que distintos tejidos dan lugar a distintas atenuaciones en la radiación de rayos X a los que son sometidos. La base matemática necesaria para la reconstrucción de una imagen CT se utiliza también en muchas otras modalidades de imagen. El problema de la reconstrucción de la imagen CT a partir de las proyecciones de rayos X fue resuelto en 1917 por Radon, pero hasta la aparición de ordenadores suficientemente rápidos y económicos su utilización fue inviable. Actualmente se utilizan algoritmos de reconstrucción más sofisticados que el diseñado por Radon, gracias a la velocidad actual de los ordenadores y el bajo precio de la memoria. La mayoría de los escáneres de CT recogen imágenes tridimensionales a partir de secciones bidimensionales instantáneas. También existen escáneres más sofisticados que proporcionan directamente la imagen tridimensional en un breve intervalo temporal, permitiendo así obtener secuencias temporales de imágenes tridimensionales. Es una técnica no invasiva que permite ver en tres dimensiones estructuras internas anatómicas desde cualquier punto de vista, dando lugar a información muy importante para la visualización anatómica, localización de tumores, planificación quirúrgica y muchas otras aplicaciones de diagnóstico. Hay dos modificaciones de la técnica básica de CT que permiten visualizar zonas no estáticas

como el corazón: CT cardiovascular o CVCT y Cine CT. Utilizan escáneres de barridos electrónicos más sofisticados que los clásicos que son mecánicos proporcionando múltiples secciones cada 50 ms.

La *imagen de resonancia magnética* o MRI es similar a la imagen CT, en el sentido que también proporciona conjuntos de imágenes tridimensionales correspondientes a estructuras anatómicas internas del paciente. Sin embargo, la diferencia fundamental entre ambas técnicas está en cómo se adquieren las imágenes. Los escáneres de CT utilizan radiación de rayos X para generar los datos necesarios para reconstruir las estructuras internas. Por otra parte, MRI utiliza ondas de radio frecuencia y campos magnéticos para obtener las imágenes tridimensionales y se basa en el principio de resonancia magnética nuclear o NMR descubierto en 1946 en el campo de la química física de forma independiente por Bloch y Purcell, que recibieron el premio Nobel en 1952 por esta aportación. Los escáneres de MRI utilizan haces no ionizantes que proporcionan contraste en tejidos blandos de forma no invasiva. Esto no se puede hacer con ninguna de las otras técnicas de imagen médica existentes. Además, permite que los planos de corte estén situados en cualquier posición angular, mientras que otras modalidades sólo permiten planos axiales. Actualmente, se está trabajando con sistemas más avanzados como son tagged MRI, SPAMM y STAG que permiten crear marcas no invasivas en las imágenes para apreciar mejor el movimiento o realizar mediciones y en paralelo con fMRI que permite visualizar estructuras funcionales a partir de MRI.

Las técnicas de *tomografía computerizada por emisión* o ECT proporcionan imágenes tridimensionales de la localización de fármacos que han sido inyectados en el paciente. Estos fármacos contienen radionucleidos que emiten radiación γ . A partir de la detección externa al paciente de estos rayos γ , se reconstruye una imagen tridimensional de la densidad interna de emisión. Una imagen tridimensional se a va poder generar a partir de secciones bidimensionales reconstruidas con el conjunto de proyecciones de emisión de radiación γ en varias posiciones angulares alrededor del paciente. La tomografía por emisión se diferencia de CT y MRI principalmente porque la tomografía por emisión proporciona información de funciones fisiológicas del metabolismo (similar a fMRI), además de la información estrictamente anatómica proporcionada también por CT y MRI. Otra diferencia importante es que es una técnica invasiva, puesto que es necesario inyectar el fármaco con radiación γ . Existen dos modalidades: PET y SPECT.

Otra técnica que también proporciona información fisiológica es la *imagen biomagnética* basada en squids. Esta técnica permite medir de forma externa los campos magnéticos débiles generados por la actividad de las neuronas. Permite al médico recoger información relacionada con la actividad del cerebro, que hasta el momento actual permanecía inaccesible. Es posible gracias a la aparición de un sensor en estado sólido conocido como squid. Permiten realizar investigaciones en el campo de la epilepsia, esquizofrenia, enfermedad de Parkinson y Alzheimer.

Otra modalidad interesante es la *angiografía de substracción digital* o DSA. Las radiografías bidimensionales por proyección tienen el problema de que presentan poco contraste entre las diferentes estructuras anatómicas. El bajo contraste de estas imágenes limita su utilización de forma drástica. Sin embargo, el uso de sistemas de adquisición digitales permiten utilizar las radiografías de proyección bidimensionales para aplicaciones específicas. DSA proporciona imágenes de alto contraste de vasos sanguíneos. Se basa en tomar una radiografía al paciente que sirve de máscara para restarla de una segunda radiografía en la cual se ha introducido un fármaco en la sangre del paciente que aumenta el contraste.

Las técnicas de imagen médica basadas en *ultrasonidos* son un conjunto de metodologías capaces de adquirir información cualitativa y cuantitativa de diagnóstico. Se basan en la emisión de pulsos de ultrasonido y la posterior recepción de los ecos procedentes de las estructuras internas. Las técnicas de ultrasonidos son muy atractivas porque van a permitir obtener secuencias de imágenes en tiempo real, empleando un equipo móvil compacto y a un precio significativamente pequeño, a diferencia de otras técnicas de imagen médica. La naturaleza de tiempo real de los ultrasonidos hace posible que el médico pueda observar el movimiento de estructuras internas en el paciente. Esto ha dado lugar a la gran utilización de ultrasonidos en los campos de ginecología, pediatría y cardiología, entre otros. Los equipos que utilizan técnicas doppler pueden extraer también información cuantitativa relativa a velocidades, como por ejemplo del flujo sanguíneo de un vaso de interés. Además, la introducción en el paciente de señales de ultrasonidos con la potencia empleada en la actualidad se puede considerar totalmente inocuo. La ausencia de efectos secundarios debidos a la exposición, la portabilidad del equipo, el costo relativamente bajo y los modos de adquisición cuantitativos, hacen que sea la técnica de imagen médica más utilizadas en la actualidad.

2. Aspectos Físicos de los Ultrasonidos

El uso de los ultrasonidos para su aplicación a la imagen médica se remonta a 1950. Durante esa década, los avances de la tecnología y la practica clínica, hicieron de los ultrasonidos una modalidad de imagen médica para diagnóstico. Los equipos de ultrasonidos modernos son relativamente baratos, móviles y proporcionan secuencias de imágenes en tiempo real de buena resolución. No emplean ningún tipo de radiación ionizante. El bajo costo efectivo y la portabilidad de los equipos de ultrasonidos han hecho que esta modalidad de imagen médica sea particularmente importante en los países en desarrollo y en las zonas rurales de los países desarrollados. Actualmente, en cualquier lugar del mundo se tiene acceso a un equipo suficientemente sofisticado de ultrasonidos en un tiempo razonable.

Hoy, las imágenes de ultrasonidos se utilizan en una gran variedad de aplicaciones clínicas que incluyen entre otras: cardiología, obstetricia y ginecología, visualización del abdomen en general y visualización vascular. Ya que los ultrasonidos se pueden considerar una técnica no invasiva, está teniendo un gran auge en aplicaciones quirúrgicas e intravasculares. También se utilizan como apoyo de otros procedimientos de intervención.

Según se van incrementando las aplicaciones de los ultrasonidos en el campo de la medicina, van siendo necesarias técnicas de procesado de señal cada vez más efectivas. Vamos a analizar las diferentes técnicas existentes así como las tendencias en un futuro cercano.

Básicamente todos los escáneres de ultrasonidos de uso clínico proporcionan imágenes de los ecos recibidos, a diferencia de otras modalidades de imágenes de ultrasonidos transmitidos (mapas de atenuación). Se emite una onda acústica hacia el cuerpo del paciente utilizando un transductor manual móvil. La onda de ultrasonidos interactúa con los tejidos internos que reflejan o dispersan parte de la energía transmitida, que va a ser la señal detectada por el transductor. Si conocemos la velocidad de transmisión del ultrasonido en el tejido, vamos a poder determinar la distancia desde el transductor al lugar donde se produjo la interacción. Las características de la señal recibida (amplitud, fase, etc.) van

Tipo de Tejido	Densidad [g/cm ³]	Velocidad [m/s]	Atenuación a 1 MHz [dB/cm]
Sangre	1,055	1580	0,295
Hueso	1,738	2770	13,029
Cerebro	1,03	1460	0,521
Seno	-	1510	1,911
Grasa	0,937	1479	0,608
Corazón	1,048	1546	1,607
Riñón	1,040	1572	0,782
Hígado	1,064	1569	1,294
Pulmón	0,4	658	37,35
Músculo	1,07	1566	1,303
Agua	1,0	1500	-

Cuadro 1: Valores típicos de los parámetros acústicos de algunos tejidos humanos.

a darnos información de la naturaleza de la interacción y, por tanto, información del tipo de tejido en el que ocurrió dicha interacción.

Las ondas de presión se propagan a través del tejido a una velocidad característica. La velocidad del sonido en los tejidos varía en función del tipo de tejido, la temperatura y la presión. Normalmente se considera la temperatura y presión normal del cuerpo, por lo que la diferencia de velocidad sólo va a depender del tipo de tejido. En el cuadro 1 se presentan algunos ejemplos de propiedades acústicas de los tejidos. En general la velocidad media en un tejido humano se toma como 1450 m/s.

Debido a que parte de la energía de la onda transmitida se absorbe, dispersa o refleja de forma continua, según pasa a través del tejido, la onda se atenúa cada vez más según penetra más profundamente dentro del tejido. La atenuación es debida a varios factores, pero principalmente a la absorción y a la dispersión. La atenuación es una función exponencial de la distancia, normalmente modelada según la expresión

$$A(x) = A_0 e^{-\alpha x}, \quad (1)$$

donde $A(x)$ es la amplitud de la onda, x es la distancia recorrida, A_0 es la amplitud inicial y α es el coeficiente de atenuación en Nepers, que depende de la frecuencia. Existe una componente de la atenuación que no depende de la frecuencia, pero normalmente es despreciable. Este modelo de atenuación tiene muchas implicaciones en el rango de frecuencias de trabajo para imágenes de ultrasonidos (de 2 a 10 MHz). En general los tejidos presentan una atenuación de 0.75 dB/cm/MHz, por lo que la intensidad de la onda disminuye a la mitad cada 0.8 cm.

La energía acústica regresa al transductor debido a dos efectos: *reflexión especular* y *difracción*. La reflexión especular es debida a cambios en la impedancia acústica en las zonas de cambio de medio que sean significativamente mayores en extensión que la longitud de onda acústica. La impedancia acústica tiene unidades de presión por unidad de velocidad. Al igual que una onda electromagnética en una línea de transmisión, cuando una onda acústica se desplaza de un medio con impedancia Z_1 a otro con impedancia Z_2 ,

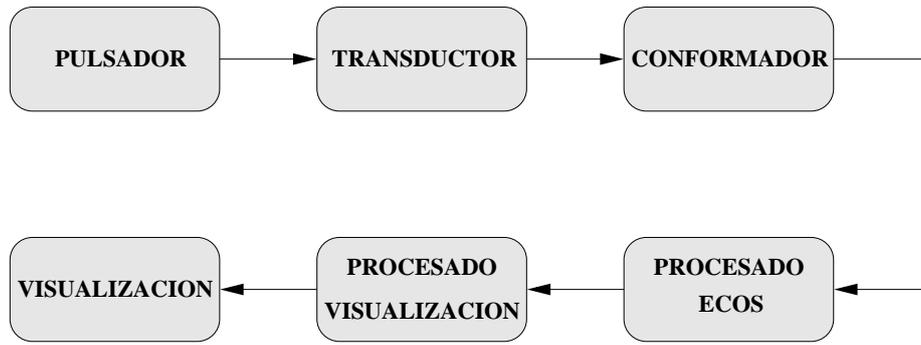


Figura 1: Diagrama de bloques simplificado de un escáner de ultrasonidos para aplicaciones médicas.

parte de la onda incidente se refleja y parte se transmite. El coeficiente de reflexión viene dado por

$$\Gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}. \quad (2)$$

Si la onda incidente no es normal a la superficie de separación de los dos medios, la onda transmitida será refractada según la ley de Snell. Hay que tener en cuenta que la magnitud de la onda recibida por el transductor de un reflector especular va a depender de la orientación angular. Una estructura interna va a devolver una señal fuerte, si la superficie es normal a la dirección de propagación de la onda y una señal muy débil, si la superficie es paralela a la dirección de propagación.

La difracción ocurre cuando las ondas acústicas interactúan con estructuras comparables o menores que la longitud acústica de la onda. Estas estructuras reflejan ondas débiles en todas las direcciones (dispersión tipo Rayleigh). Un volumen de dispersores (como las células sanguíneas o los tejidos orgánicos) se va a comportar como un reflector difuso. La magnitud de la señal de retorno procedente de un volumen difusor puede que dependa, o puede que no, de la orientación angular, a diferencia de la reflexión especular. Por ejemplo, la dispersión en un músculo sí depende de la orientación, debido a la presencia de las zonas estriadas, mientras que la dispersión en el tejido hepático sano no es particularmente dependiente de la orientación angular.

En la figura 1 se puede ver un esquema simplificado de un escáner de ultrasonidos. El pulsador genera la forma de onda eléctrica que va a transmitir el transductor. La intensidad y contenido frecuencial de la señal acústica emitida se puede controlar modificando la frecuencia central, la forma de onda, la duración y la amplitud. Como ya hemos dicho, los equipos típicos de ultrasonidos utilizan normalmente una frecuencia central de 2 a 10 MHz, mientras que frecuencias del orden de 40 MHz se suelen utilizar para aplicaciones especiales. Pulsos de duración corta, y por lo tanto de banda ancha, se utilizan para visualización anatómica. Por otro lado pulsos de larga duración, y por lo tanto de banda estrecha, se utilizan para visualización de flujo sanguíneo mediante técnicas doppler. La forma de onda puede variar, desde ondas monopolares cuadradas, hasta otras de forma mucho más complicada, y la amplitud desde 2 hasta cerca de 200 V, para transductores normalizados con impedancia nominal de 50 Ω .

La mayor parte de los transductores están fabricados de uno o más elementos pie-

zoeléctricos, junto con algún tipo de lente acústica. El material activo más utilizado es la cerámica piezoeléctrica. La conexión eléctrica suele estar hecha de un grupo de cables coaxiales finos que terminan en la cerámica piezoeléctrica mediante un conector de inserción.

El transductor más simple tiene un único elemento con forma de pistón. Suele ser circular y tiene cierta curvatura para enfocar la onda acústica. Este elemento se puede desplazar mecánicamente para recoger la información necesaria para formar una imagen, o se puede mantener fijo en el caso de una señal unidimensional. La ventaja del método mecánico es su simplicidad. Las desventajas son el enfoque fijo, la necesidad del equipo mecánico y la dificultad en la adquisición de información doppler cuando el transductor se puede mover. Los transductores de pistón único representan una tecnología ya antigua que no se utiliza en la actualidad. Solamente se pueden encontrar actualmente en sondas estáticas doppler que se utilizan en ciertas pruebas en cardiología.

El transductor en array circular está formado por varios anillos piezoeléctricos concéntricos, de nuevo con algo de curvatura de enfocado. Estos transductores se pueden enfocar de forma eléctrica, tanto en transmisión como en recepción, desfasando los pulsos transmitidos por los anillos para transmisión y mediante técnicas de conformación de haz en recepción. El array se escanea de forma mecánica para formar la imagen. Es la técnica que mejor enfoque de elevación proporciona. La desventaja sigue siendo la parte mecánica.

La tecnología que más se utiliza en la actualidad es el array de estado sólido. En estas sondas se utiliza un número bastante elevado de elementos activos (entre 48 y 200) para transmitir y recibir señales enfocadas electrónicamente. Un array de fase tiene apertura muy pequeña (del orden de 15 mm), por lo que se utiliza para iluminar un único punto. Los arrays de fase se utilizan para cardiología, puesto que es necesario tener una apertura pequeña para poder tener acceso entre las costillas. También se utilizan para examinar zonas profundas del abdomen. Un array lineal tiene mayores aperturas (típicamente 40 mm o mayores) y mayor cantidad de elementos. Se utilizan para formar haces normales a la superficie del transductor. Estos transductores se emplean en gran cantidad de visualizaciones abdominales, periféricas y de zonas pequeñas. Por último, el array curvo lineal tiene dispuestos los elementos activos en una superficie convexa, dando lugar a un campo de vista más ancho.

La ventaja de los arrays de elementos activos es la posibilidad de enfocar de forma electrónica las señales acústicas. El término conformación de haz se suele aplicar normalmente al enfoque de la señal en recepción. Pero también es importante poder enfocar la señal transmitida. Normalmente, se enfoca un sólo punto en transmisión, mientras que en recepción se realiza un enfoque continuo. Una forma de conseguir enfoque en recepción en más de un punto es mediante técnicas de multiplexación temporal o multizona.

En recepción, la señal procedente de cada elemento de entrada pasa a través de un amplificador de compensación de ganancia temporal o TGC. El propósito de estos amplificadores es fundamentalmente compensar la atenuación dependiente de la profundidad de las señales. El usuario del escáner puede modificar los parámetros del amplificador de TGC. La conformación de haz en recepción suele emplear técnicas clásicas de retardo y suma, o variaciones de éstas como son retardo y desfase, y retardo en tiempo real. Otras técnicas de conformación de haz, como son la del dominio de la frecuencia, no han sido tan aceptadas.

El que el conformador de haz sea analógico, digital o híbrido es bastante importante. Los conformadores digitales tienen conversores D/A tras los amplificadores TGC, y to-

dos los retardos se realizan de forma digital. Los conformadores híbridos tienen también mezcladores y retardos más finos analógicos, además de ciertos procesados en banda base. En los conformadores analógicos todos los elementos de mezclado y retardo son analógicos. Los conformadores enteramente digitales tienen la ventaja de su mayor flexibilidad y ancho de banda, frente a los híbridos y analógicos, pero estos últimos siguen siendo más baratos.

Ninguna técnica de conformación de haz es perfecta, esto quiere decir que el haz acústico siempre tiene cierta extensión distinta de cero en las direcciones azimutal y en elevación. Por lo tanto, cualquier pixel de la imagen representa información de una zona de volumen, no un punto en el espacio. Las contribuciones de reflexiones o difracciones externas al lóbulo principal dan lugar al efecto conocido como distorsión por lóbulos secundarios. El ancho del lóbulo principal va a determinar la resolución lateral del escáner, mientras que el nivel de los lóbulos secundarios va a determinar el rango dinámico sin clutter del instrumento de ultrasonidos.

Las técnicas de array son coherentes tanto en transmisión como en recepción. Al igual que ocurre en las imágenes láser, el patrón de interferencias que aparece recibe el nombre de *speckle*. Este *speckle* se manifiesta en la aparición de un moteado aleatorio en la imagen, que oculta los detalles pequeños y dificulta la detección de lesiones con bajo contraste. No hay consenso sobre si el propio *speckle* proporciona o no información clínicamente relevante. Muchos médicos son contrarios a las técnicas de reducción de *speckle*. Sin embargo, se han desarrollado muchas técnicas de procesado de imagen para filtrar el *speckle* y mejorar la calidad de las imágenes de ultrasonidos para la detección de lesiones con bajo contraste.

La señal conformada va a estar sujeta a una serie de operaciones de procesado antes de ser mostrada en la pantalla de visualización. Los escáneres modernos implementan estos procesados enteramente de forma digital. Existen tres tipos diferenciados de datos a procesar: información de ecos, información espectral doppler e información de flujo en color.

El problema fundamental en el procesado de información de ecos consiste en modificar la señal a la salida del conformador (muestras con 16 bits a 20 MHz) y generar una imagen de intensidad adecuada para su visualización en una pantalla. El procesado típico consiste en filtrado, detección de envolvente, compresión logarítmica y ajuste a nivel de grises con 8 bits. Puesto que el número de muestras disponible varía en general con la frecuencia de muestreo utilizada y la profundidad de visualización, se suelen emplear técnicas multiresolución para adecuar la señal acústica a la resolución de la pantalla, evitando la aparición de aliasing.

Para generar visualizaciones doppler se utilizan dos técnicas: adquisición de onda continua o CW y adquisición de onda pulsada o PW. En un sistema CW, una onda a una determinada frecuencia se transmite y, simultáneamente, se recibe el eco en otro transductor diferente del empleado en transmisión o, en el caso de un array, se transmite la señal desde una zona de la apertura y se recibe en otra que no esté siendo utilizada para transmisión. La señal recibida se demodula con respecto a la frecuencia transmitida, se filtra, se calcula su transformada de Fourier y se visualiza en la pantalla. Un procesado similar es necesario para los sistemas PW, pero en este caso, en lugar de medir desplazamientos reales de frecuencias doppler, lo que estamos viendo en la pantalla son desplazamientos de posición.

La mayoría de los sistemas doppler suelen proporcionar una representación auditiva

de la señal, además de la representación frecuencial. Cuando la señal se demodula, las componentes doppler del flujo sanguíneo humano caen dentro del rango de audio. Normalmente los equipos separan las señales doppler en flujo hacia delante y flujo hacia atrás, representando ambas señales en un sistema de audio estéreo. En algunos casos se utiliza la transformada de Hilbert para uno de los dos canales.

Puesto que la información espectral doppler tiene una tasa de muestreo relativamente baja, podemos permitirnos gastar mayor cantidad de tiempo en la etapa de procesado. Sin embargo, en el caso de datos de flujo en color, tenemos mucha mayor cantidad de información debido a la observación de una mayor cantidad de muestras de volumen, y no es posible recoger suficiente información como para llevar a cabo un análisis de Fourier en cada muestra. En su lugar, se utilizan técnicas de correlación para el análisis espectral. Se adquieren varias líneas en la misma dirección. La información de desfase hasta cada celda de resolución se utiliza para estimar la dirección y velocidad media. Se pueden también realizar estimaciones de la potencia y de la varianza.

En las técnicas doppler es muy importante poder diferenciar las señales de flujo sanguíneo de las señales procedentes de movimiento de los tejidos. Las señales procedentes de movimientos de tejidos suelen tener amplitud grande y frecuencias doppler pequeñas, comparadas con las señales de flujo sanguíneo. Aparecen picos de duración breve en baja frecuencia en las visualizaciones espectrales e imágenes *flash* en las visualizaciones de flujo en color. Un filtrado paso alto suele ser suficiente para eliminar la componente de la señal precedente del movimiento de tejidos. En algunos casos se utiliza un filtro adaptativo.

Finalmente, hay una última etapa de procesado previa a la visualización. Se realizan correcciones geométricas, mapeado de escala de grises y de color, y otros servicios propios del formateado y etiquetado de datos para su visualización. Normalmente, los datos acústicos no se recogen con la misma densidad como la que es posible visualizar en las pantallas actuales. Por lo menos es necesario algún tipo de interpolación para ajustar la resolución de la señal acústica a la pantalla. Excepto en el sistema de array lineal, los datos se recogen en un sistema de coordenadas polares, por lo que es necesario transformar e interpolar los datos al sistema de la pantalla.

Existen diferentes modos de visualización de la información de los ecos:

1. **Modo A.** Es el modo de visualización más antiguo y más sencillo. El haz de ultrasonidos es dirigido en una única dirección dentro del cuerpo. El receptor detecta la envolvente de los ecos y realiza el acondicionamiento sobre ésta, tras lo cual es visualizada en un osciloscopio como un desplazamiento vertical a lo largo de un eje horizontal. El valor de desplazamiento vertical es una medida de la amplitud del eco, de ahí el término modo A (de amplitud). La posición del eco a lo largo del eje horizontal es una medida del tiempo que tarda el eco en regresar desde que se transmitió el pulso y, por tanto, una medida de la profundidad a que se encuentra la interfase que creó el eco, calculada a través de la expresión

$$x = \frac{c \cdot \tau}{2}, \quad (3)$$

donde c es la velocidad de fase y τ es el retardo.

La ventaja del modo A es que proporciona información sobre la posición de las irregularidades del tejido de forma rápida con un equipo sencillo. La desventaja es que es unidimensional. Suele utilizarse para realizar medidas exactas de dimensiones, como el tamaño del ojo en oftalmología.

2. **Modo B.** La potencia del eco no modula la señal de la pantalla en amplitud, sino en brillo (de ahí que se llame modo B). La pantalla muestra una línea sobre el eje, cuyo brillo en cada punto, es decir, en cada instante, depende de la potencia de la señal recibida. Un eco recibido en cierto instante de tiempo se verá como un punto brillante en la abscisa correspondiente a dicho instante en el eje de tiempos. Esto libera el eje vertical de la pantalla, que puede ser utilizado para mostrar otra información. El eje a lo largo de la dirección del haz sigue correspondiendo a la profundidad de penetración en distancia, pero el eje perpendicular al haz también mostrará distancias, haciendo coincidir la dirección del haz en la pantalla con la dirección real del haz de ultrasonidos dentro del cuerpo. El transductor controlado manualmente, se va moviendo para barrer un plano del cuerpo, mientras unos sensores de posición detectan el ángulo y el desplazamiento del haz de ultrasonidos con respecto a una referencia. Se dibuja en la pantalla el haz con ese ángulo y ese mismo desplazamiento, obteniéndose así una imagen 2D del plano barrido. Estos dispositivos han dejado de usarse en favor del modo B en tiempo real.

3. **Modo B en tiempo real.** En esta configuración, el haz de ultrasonidos efectúa periódicamente un barrido del plano en exploración, movido por medios mecánicos o electrónicos, modificando tan sólo el ángulo de orientación del transductor. Un barrido completo a lo largo de un plano sobre una imagen consiste en varias líneas espaciadas regularmente, que parten desde la posición de la sonda hacia diferentes orientaciones, barriendo una determinada región. Para rellenar los huecos que puedan quedar entre líneas adyacentes de la imagen, se utiliza la interpolación y la combinación de barridos sucesivos. El término tiempo real hace referencia a la capacidad de generar imágenes 2D a tasas superiores a cinco imágenes por segundo. Debido a la alta velocidad del sonido en los tejidos es posible en la práctica alcanzar tasas de hasta 40 imágenes por segundo con un dispositivo de este tipo.

La región del plano de exploración barrida y visualizada por la sonda se denomina campo de visión. El campo de visión viene determinado por la profundidad de penetración de los ultrasonidos y por el número de líneas de imagen y el espaciado entre ellas. La profundidad de penetración, el número de líneas en cada imagen y la tasa de imágenes por segundo están relacionadas entre sí. El producto de estos tres términos es constante. Por tanto, visualizar un mayor número de líneas supone reducir la tasa de imágenes por segundo para la misma profundidad de penetración.

4. **Modo M.** Se pretende representar la posición de un objeto en función del tiempo. Los haces de ultrasonido se orientan en una única dirección. Los ecos recibidos se muestran en pantalla como líneas moduladas en brillo frente al tiempo. Las líneas correspondientes a pulsos consecutivos, se visualizan una junto a otra formando una imagen 2D que muestra cómo van variando las posiciones de las interfases con el tiempo. El término M hace referencia a movimiento, ya que es lo que se pretende representar en este modo.

Para conocer la resolución en imágenes de ultrasonidos obtenidas en modo B hay que diferenciar entre dos tipos de resolución diferentes:

1. **Resolución axial.** Se refiere a la resolución en la dirección de propagación del haz, y viene determinada por la longitud del pulso de ultrasonidos transmitido.

Si la distancia axial entre dos interfases es inferior a la distancia correspondiente a la longitud del pulso, los ecos de ambas interfases se solapan y no es posible diferenciarlos, de forma que se interpretan como un solo eco. La resolución axial viene dada por la expresión

$$AR \approx \frac{\Delta T \cdot c}{2}, \quad (4)$$

donde ΔT es la longitud temporal del pulso transmitido y c la velocidad de fase.

En la práctica, la resolución axial está normalmente limitada a dos o tres veces la longitud de onda de la portadora.

2. **Resolución lateral.** Es la resolución en la dirección perpendicular al haz, y viene determinada por la anchura del haz. Un escáner convencional muestra los ecos de cualquier estructura que se encuentre dentro de la zona de recepción del haz (la región en la que se pueden detectar los ultrasonidos) del mismo modo que si estuviese en el eje del haz. La resolución lateral depende del enfoque del haz y puede variar mucho a lo largo del eje del haz. Típicamente corresponde a varias longitudes de onda de la portadora y es peor que la resolución axial. Los arrays controlados por fase mejoran la resolución lateral mediante enfoque dinámico, el cual efectúa un barrido del enfoque a lo largo del eje del haz para que coincida con la distancia de los ecos recibidos para un determinado instante de tiempo.

Las resoluciones axial y lateral nos permiten definir la celda de resolución. Los ecos correspondientes a cualquier estructura que se encuentre dentro de la celda de resolución se van a superponer al ser recibidos y no será posible distinguirlos. Este hecho es el responsable de la naturaleza ruidosa de las imágenes de ultrasonidos.

Una alternativa al modo convencional de obtener ecografías es la *tomografía computarizada de ultrasonidos* o UCT. Es interesante porque ofrece otro método para obtener ultrasonidos en 3D y tiene la capacidad de reducir los inconvenientes inherentes al modo convencional de recepción de ecos. Es una técnica en vías de desarrollo que todavía no se emplea en la práctica clínica, debido fundamentalmente a factores económicos y técnicos. Hay dos tipos de UCT:

1. **En modo reflexión.** Se utiliza un transductor para transmitir pulsos no enfocados y para recibir los ecos reflejados o dispersados. Si la velocidad del sonido se supone constante, entonces los ecos dispersados a una distancia determinada llegarán al receptor de forma simultánea. Esta suma de ecos se puede considerar como una integral de la señal transmitida con la reflectividad del tejido a una distancia determinada. La señal a la salida del receptor en función del tiempo se puede considerar como una proyección en una dimensión de la reflectividad del tejido en función de la distancia. Haciendo ahora girar el transductor alrededor del tejido en intervalos discretos, se pueden obtener proyecciones desde diferentes ángulos y se pueden aplicar los algoritmos para la reconstrucción de imágenes de CT para rayos X, para reconstruir imágenes de la reflectividad ultrasónica. Este principio puede generalizarse a 3D. Se mejora mucho la resolución de los dispositivos convencionales en modo B, sobre todo la resolución lateral. También se consiguen imágenes menos ruidosas y de mayor contraste en las zonas con reflexiones especulares.

2. **En modo transmisión.** Las suposiciones de que los haces de ultrasonidos viajan en línea recta y de que la velocidad del sonido es constante ya no son necesarias. Tiene la capacidad de superar las distorsiones geométricas asociadas a la obtención convencional de ultrasonidos. Se requieren dos transductores, uno para transmitir y otro para recibir colocados uno a cada lado de la región a explorar. La amplitud y el retardo de los pulsos transmitidos se almacenan en el receptor. La amplitud se puede utilizar para reconstruir las imágenes de la atenuación ultrasónica utilizando técnicas de reconstrucción de CT para rayos X. El retardo puede utilizarse para reconstruir imágenes del índice refractivo dentro de la región explorada y, consecuentemente, la distribución de la velocidad del sonido dentro de la zona de interés. Las imágenes sobre la velocidad del sonido tienen un valor clínico por sí mismas y ofrecen la posibilidad de corregir errores en tomografías obtenidas en modo reflexión de la misma región. Para realizar la reconstrucción se utilizan las medidas del tiempo mínimo de propagación, que corresponde al trayecto mínimo que sigue el haz a través del tejido.

3. Análisis Estadístico de Primer Orden de la Envolvente

En imágenes coherentes, como son las imágenes SAR, las imágenes de ultrasonidos o las imágenes láser, se puede observar un fenómeno denominado *speckle*. El *speckle* es el patrón de interferencia que se forma cuando una imagen se obtiene a partir de la iluminación de un medio con una radiación coherente y la posterior detección no coherente (detector de envolvente), cuando el medio contiene una distribución aleatoria de dispersores (comparables o no con la longitud de la onda incidente) dentro de la celda de resolución. Estos elementos dispersores surgen de las irregularidades y estructuras microscópicas (intracelulares) que son más pequeñas que la celda de resolución utilizada.

El *speckle* se puede interpretar como un ruido presente en la imagen de ultrasonidos, puesto que limita las tareas de análisis y reconocimiento. Sin embargo, también se puede considerar que aporta información sobre la estructura interna del tejido.

La señal a la entrada del receptor de envolvente es el resultado de la suma de los ecos procedentes de los elementos dispersores. Esta señal tiene características aleatorias por estar formada por la suma de señales procedentes de elementos situados en posiciones asimismo aleatorias. Sin embargo, es posible que algunos de estos elementos presenten una cierta periodicidad en su colocación, lo cual da lugar a la aparición de una componente determinista en la señal. Las reflexiones especulares, más fuertes que los ecos procedentes de la dispersión, también contribuyen con componentes deterministas. De esta forma, podemos afirmar que la señal recibida está formada por componentes aleatorias y por componentes deterministas.

Para la recepción de la señal se utiliza, como hemos dicho, un detector no coherente, de modo que se pierde la fase de la señal. Si la distribución espacial de los dispersores es completamente aleatoria, la fase es una función aleatoria uniforme, por lo que el hecho de descartar la fase de la señal recibida no supone una pérdida importante de información.

Se han propuesto cuatro modelos con las siguientes características:

- **Speckle completamente formado.** Se produce cuando el *número efectivo de dispersores* en la celda de resolución es grande. La región de dispersión es muy accidentada comparada con la longitud de onda y la estructura de dispersión es demasiado fina para ser resuelta. No tenemos componente determinista. Como veremos, la envolvente se modela como una *distribución Rayleigh*.
- **Speckle completamente resuelto.** Se produce cuando en la celda de resolución existen dispersores de alta potencia. El número efectivo de dispersores sigue siendo grande. La superficie de dispersión muestra una periodicidad que se refleja en una componente determinista que dará lugar a una estructura clara en la imagen. Corresponde a una reflexión especular. La envolvente se va a modelar como una *distribución Rice*.
- **Speckle parcialmente formado.** En este caso aunque la estructura de dispersión sigue siendo pequeña para ser resuelta, el número efectivo de dispersores ya no se puede considerar grande. No tenemos componente determinista pero la aproximación Rayleigh no es adecuada. Si el número efectivo de dispersores es pequeño y no tenemos componente determinista, la envolvente se va a comportar como una *distribución K*.
- **Speckle parcialmente resuelto.** Los dispersores siguen una cierta periodicidad o hay dispersores de alta potencia, por lo que aparecerá una componente determinista en la señal. Sin embargo, no se va a poder considerar que el número efectivo de dispersores en la celda de resolución sea elevado, sino que va a ser pequeño. Por esta última razón la aproximación Rice no es adecuada. Si el número efectivo de dispersores es pequeño y tenemos componente determinista, la envolvente sigue la *distribución K homodina*.

El *número efectivo de dispersores* es función del número de dispersores existentes en la celda de resolución y del *coeficiente de retrodispersión* de dichos dispersores. Aunque el número de dispersores de la celda de resolución sea alto, si la sección transversal de dispersión de cada dispersor es diferente, el coeficiente de retrodispersión del conjunto será bajo y, por eso el número efectivo de dispersores también lo será. El número efectivo de dispersores es el que realmente contribuye a formar la imagen.

3.1. Speckle Completamente Formado

Este modelo supone que el número de dispersores en la celda de resolución es elevado y que la distribución espacial de los dispersores es totalmente aleatoria y, por lo tanto, no tenemos presencia de componente determinista.

Utilizando notación fasorial, la señal recibida es una suma de fasores de amplitud y fase aleatorias, que giran a la frecuencia angular ω_0 . Si cada dispersor refleja un eco de amplitud x_n , que llega el receptor con fase ϕ_n , la señal recibida en notación fasorial (eliminando la variación temporal) viene dada por¹

$$Z_x = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{i\phi_n}. \quad (5)$$

¹Vamos a representar con $i = \sqrt{-1}$ la unidad imaginaria.

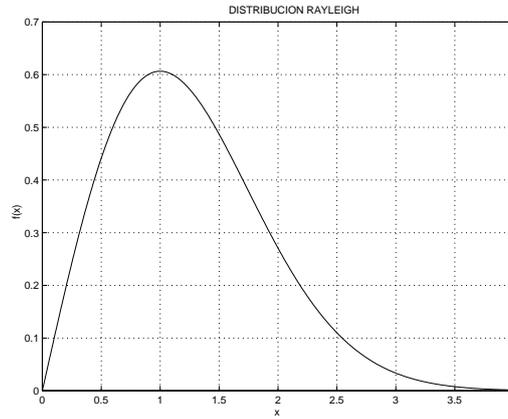


Figura 2: Función densidad de probabilidad Rayleigh para $\sigma = 1$.

Si los x_n y los ϕ_n son independientes, la fase de Z_x está uniformemente distribuida en $(-\pi, \pi)$, y si el número de dispersores dentro de la celda de distribución N es muy grande, la densidad de probabilidad de la envolvente X sigue una distribución Rayleigh dada por

$$f_R(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad x > 0, \quad (6)$$

donde $2\sigma^2$ representa la energía total dispersada hacia el receptor y σ^2 es el único parámetro estadístico de interés. En la figura 2 podemos ver cómo es la función densidad de probabilidad para $\sigma = 1$.

Los momentos de esta función de densidad de probabilidad pueden calcularse con la expresión²

$$E(X^n; f_R) = \int_0^\infty x^n f_R(x) dx. \quad (7)$$

Utilizando la función Gamma se puede obtener la expresión cerrada

$$E(X^n; f_R) = (2\sigma^2)^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(1 + \frac{n}{2}\right), \quad (8)$$

y, en particular,

$$E(X; f_R) = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (9)$$

$$E(X^2; f_R) = 2\sigma^2 \quad (10)$$

$$E(X^3; f_R) = 3\sigma^3 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (11)$$

$$E(X^4; f_R) = 8\sigma^4. \quad (12)$$

Estimando alguno de estos cuatro momentos se puede calcular la energía total disper-

² $E(g(X); f)$ es la esperanza matemática de $g(X)$ con respecto a la función de densidad de probabilidad $f(x)$.

sada $2\sigma^2$. En general se utiliza el momento de orden dos para estimar $\hat{\sigma}^2$ obteniéndose³

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\overline{\mathbf{x}^2}}{2}. \quad (13)$$

Un parámetro interesante, que nos va a permitir determinar si las hipótesis de este modelo son o no válidas, es la *relación señal a ruido* o SNR medida en la envolvente definida por⁴

$$\text{SNR}_R = \frac{E(X; f_R)}{\sqrt{\text{var}(X; f_R)}} = 1,91 \quad (14)$$

ó 5,6 dB. Como se puede ver es constante e independiente de la energía total $2\sigma^2$. Si midiendo la SNR de la envolvente se obtienen valores similares a éste, el número de dispersores en la celda de resolución se puede considerar elevado y no tenemos presencia de componente determinista, por lo que la distribución Rayleigh es adecuada. Como veremos, la presencia de componente determinista va a resultar en un valor superior de SNR, mientras que si el número de dispersores disminuye, la SNR también lo hará. En cualquier caso el modelo Rayleigh para la envolvente dejará de ser válido, teniendo que utilizarse en su lugar los modelos que siguen.

3.2. *Speckle Completamente Resuelto*

Se parte de la misma hipótesis del modelo anterior, que el número de dispersores presentes en la celda de resolución es muy grande, pero en este caso tenemos la presencia de una componente determinista junto con la componente aleatoria. Como ya hemos dicho, dicha componente determinista puede tener su origen en que los dispersores estén situados siguiendo un cierto patrón de periodicidad espacial o en que existan fuertes reflexiones especulares. El fasor correspondiente a la señal recibida es, utilizando notación fasorial

$$Z_x = Z_s + \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{i\phi_n}, \quad (15)$$

donde Z_s es el fasor correspondiente a la componente determinista s de la señal. Como s no es aleatorio, tan sólo representa una translación en el plano fasorial.

Puede demostrarse que la función densidad de probabilidad de la envolvente X de la señal recibida sigue una distribución Rice dada por

$$f_r(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2+s^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{sx}{\sigma^2}\right), \quad x > 0, \quad (16)$$

donde $I_0(\cdot)$ es la función de Bessel modificada de primera especie y orden cero.

La función densidad de probabilidad de Rice tiene dos parámetros estadísticos de interés. Además de σ^2 , tenemos la envolvente de la componente determinista s . Se suele parametrizar en función del factor $k = s/\sigma$, que representa la relación entre la dispersión determinista y difusa. En la figura 3 puede verse esta distribución para varios valores de s , con $\sigma = 1$. Para el caso en el que $s = 0$ no tenemos componente determinista y la distribución es la de Rayleigh. Por lo tanto, el modelo Rayleigh se puede considerar como un caso particular del modelo Rice.

³ $\overline{\mathbf{g}(\mathbf{x})}$ representa la media muestral del vector de datos $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ correspondiente al valor esperado $E(g(X); f)$.

⁴ $\text{var}(X; f)$ es la varianza de X con respecto a la función de densidad de probabilidad $f(x)$.

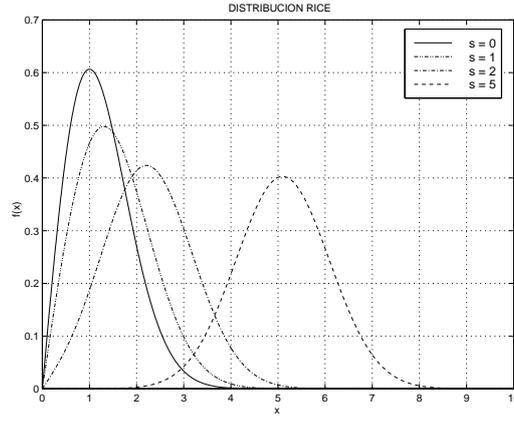


Figura 3: Función densidad de probabilidad Rice con $\sigma = 1$ para varios valores de s .

Los momentos de la distribución Rice toman la expresión

$$\mathbb{E}(X^n; f_r) = (2\sigma^2)^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(1 + \frac{n}{2}\right) {}_1F_1\left(-\frac{n}{2}; 1; -\frac{s^2}{2\sigma^2}\right), \quad (17)$$

donde ${}_1F_1(a; b; c)$ es la función hipergeométrica confluyente. Usando las expresiones

$${}_1F_1(-M; 1; x) = \sum_{n=0}^M \frac{(-1)^n M!}{(M-n)!(n!)^2} x^n \quad (18)$$

$${}_1F_1\left(-\frac{1}{2}; 1; x\right) = e^{-\frac{x}{2}} \left[(1+x)I_0\left(\frac{x}{2}\right) + yI_1\left(\frac{x}{2}\right) \right] \quad (19)$$

$${}_1F_1\left(-\frac{3}{2}; 1; x\right) = \frac{1}{3} e^{-\frac{x}{2}} \left[(3+6x+2x^2)I_0\left(\frac{x}{2}\right) + (4y+2y^2)I_1\left(\frac{x}{2}\right) \right], \quad (20)$$

donde M es entero, x real y $I_1(x)$ es la función de Bessel modificada de primera especie y orden uno. Se pueden obtener la expresión de los cuatro primeros momentos de la distribución Rice

$$\mathbb{E}(X; f_r) = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp\left(-\frac{s^2}{4\sigma^2}\right) \left[\left(1 + \frac{s^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{s^2}{4\sigma^2}\right) + \frac{s^2}{2\sigma^2} I_1\left(\frac{s^2}{4\sigma^2}\right) \right] \quad (21)$$

$$\mathbb{E}(X^2; f_r) = 2\sigma^2 + s^2 \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(X^3; f_r) = & \sigma^3 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp\left(-\frac{s^2}{4\sigma^2}\right) \left[\left(3 + 3\frac{s^2}{\sigma^2} + \frac{s^4}{2\sigma^4}\right) I_0\left(\frac{s^2}{4\sigma^2}\right) \right. \\ & \left. + \left(2\frac{s^2}{\sigma^2} + \frac{s^4}{2\sigma^4}\right) I_1\left(\frac{s^2}{4\sigma^2}\right) \right] \end{aligned} \quad (23)$$

$$\mathbb{E}(X^4; f_r) = 8\sigma^4 + 8\sigma^2 s^2 + s^4. \quad (24)$$

Para estimar los dos parámetros de la distribución Rice, $\hat{\sigma}$ y \hat{s} , se pueden utilizar los momentos de órdenes dos y cuatro, obteniéndose

$$\hat{s}^2 = \sqrt{2\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^4} \quad (25)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\mathbf{x}^2 - \hat{s}^2}{2}. \quad (26)$$

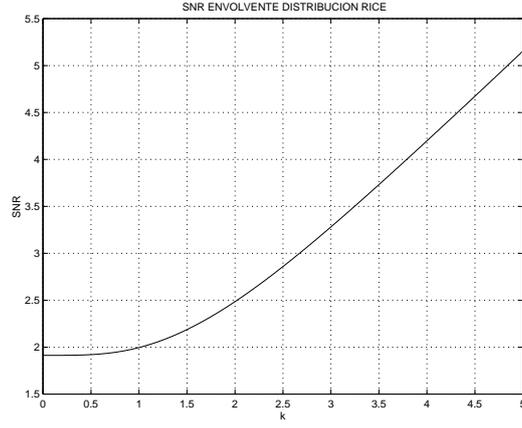


Figura 4: SNR para la distribución Rice en función de k .

Utilizando las expresiones anteriores se puede calcular la SNR de la envolvente como

$$\text{SNR}_r = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp\left(-\frac{s^2}{4\sigma^2}\right) \left[\left(1 + \frac{s^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{s^2}{4\sigma^2}\right) + \frac{s^2}{2\sigma^2} I_1\left(\frac{s^2}{4\sigma^2}\right)\right]}{\sqrt{2 + \frac{s^2}{\sigma^2} - \frac{\pi}{2} \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma^2}\right) \left[\left(1 + \frac{s^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{s^2}{4\sigma^2}\right) + \frac{s^2}{2\sigma^2} I_1\left(\frac{s^2}{4\sigma^2}\right)\right]^2}}. \quad (27)$$

En el caso de que $k = s/\sigma$ sea muy grande

$$\text{SNR}_r \approx k, \quad (28)$$

es decir, se incrementa linealmente con la relación entre la componente determinista y la componente aleatoria. La SNR es un buen indicador para determinar la cantidad de componente determinista presente. En el caso en que eliminemos la componente determinista, $k = 0$ ó $s = 0$, se comporta como la distribución Rayleigh y la SNR vale 1,91. En la figura 4 podemos ver la SNR en función de k .

Cuando k es muy grande, o lo que es lo mismo, cuando la componente determinista sea mucho mayor que la componente aleatoria, la distribución Rice se comporta como una Gaussiana de media s y varianza σ^2 , por lo que la función densidad de probabilidad de la envolvente será

$$f_r(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-s)^2}{2\sigma^2}\right), \quad x > 0. \quad (29)$$

3.3. *Speckle* Parcialmente Formado

Cuando el número de dispersores es elevado y no tenemos componente determinista el modelo Rayleigh es el adecuado. Sin embargo, si el número efectivo de dispersores es pequeño (menos de 10), el modelo Rayleigh deja de ser adecuado. Vamos a ver que en este caso la envolvente sigue una distribución K que va a tender a la distribución Rayleigh cuando el número efectivo de dispersores se hace infinito.

El fasor correspondiente a la señal recibida es la suma de un número arbitrario N de ecos

$$Z_x = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{i\phi_n}. \quad (30)$$

En este caso, N hay que considerarlo como variable aleatoria. Según el tamaño de la celda de resolución y de la posición de los dispersores, no todos los N dispersores contribuyen por igual. Esto es equivalente a suponer un número efectivo de dispersores aleatorio Z no entero, en donde todas las contribuciones son iguales. El número efectivo de dispersores aleatorio Z va a ser una variable aleatoria Gamma con parámetro α (α es ahora el número efectivo de dispersores promedio).

La envolvente X se comporta como una distribución K, que se puede considerar una distribución Rayleigh cuyo parámetro es la variable Gamma Z escalada. Se tiene entonces que

$$f_K(x) = \int_0^\infty f_R(x/z)f_G(z)dz, \quad (31)$$

donde $f_R(x/z)$ es una distribución Rayleigh con parámetro $\sigma^2 Z/\alpha$

$$f_R(x/z) = \frac{x\alpha}{\sigma^2 z} \exp\left(-\frac{\alpha x^2}{2\sigma^2 z}\right), \quad x > 0, \quad (32)$$

y $f_G(z)$ es la función densidad de probabilidad Gamma con parámetro α

$$f_G(z) = \frac{z^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-z}, \quad z > 0. \quad (33)$$

Operando se obtiene

$$f_K(x) = 2 \left(\frac{x}{2}\right)^\alpha \frac{b^{\alpha+1}}{\Gamma(\alpha)} K_{\alpha-1}(bx), \quad x > 0, \quad (34)$$

con

$$b = \frac{\sqrt{2\alpha}}{\sigma} \quad (35)$$

y $K_\beta(\cdot)$ la función de Bessel modificada de segunda especie y orden β .

El número efectivo de dispersores promedio α viene dado por

$$\alpha = (1 + \nu)\bar{N}, \quad (36)$$

siendo \bar{N} el número de dispersores promedio dentro de la celda de resolución y $\nu > -1$ describe la no uniformidad de la sección transversal de dispersión.

En la figura 5 podemos ver la distribución K parametrizada por el número efectivo de dispersores α para $\sigma = 1$. Cuando α se hace muy grande, la distribución K tiende a la distribución Rayleigh. En el caso de que α tienda a cero, la distribución tiende a la log-normal.

Cualquier momento de la distribución K se puede evaluar mediante la expresión

$$E(X^n; f_K) = \int_0^\infty E(X^n/z; f_R)f_G(z)dz. \quad (37)$$

Operando se llega a la expresión

$$E(X^n; f_K) = \frac{(2\sigma^2)^{n/2} \Gamma(1 + \frac{n}{2})\Gamma(\alpha + \frac{n}{2})}{\alpha^{n/2}\Gamma(\alpha)}. \quad (38)$$

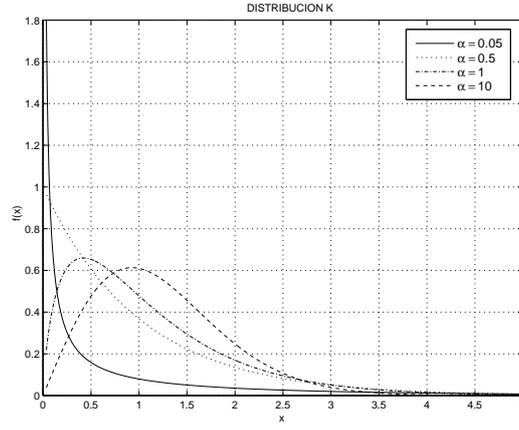


Figura 5: Función Densidad de Probabilidad K en función del número efectivo de dispersores α con $\sigma = 1$.

A partir de esta expresión se pueden calcular los momentos más interesantes

$$E(X; f_K) = \frac{\sigma\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha + \frac{1}{2})}{\sqrt{2\alpha}\Gamma(\alpha)} \quad (39)$$

$$E(X^2; f_K) = 2\sigma^2 \quad (40)$$

$$E(X^3; f_K) = \frac{3\sigma^3\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha + \frac{3}{2})}{\alpha\sqrt{2\alpha}\Gamma(\alpha)} \quad (41)$$

$$E(X^4; f_K) = 8\sigma^4 \frac{\alpha + 1}{\alpha} \quad (42)$$

$$E(X^6; f_K) = 48\sigma^6 \frac{(\alpha + 1)(\alpha + 2)}{\alpha^2}. \quad (43)$$

El parámetro $\hat{\sigma}^2$ se puede estimar directamente a partir del momento de orden dos, entonces

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\overline{\mathbf{x}^2}}{2}. \quad (44)$$

Para estimar el número efectivo de dispersores se pueden utilizar uno de los siguientes tres métodos:

- A partir de los momentos de órdenes dos y cuatro se tiene la expresión

$$\frac{E(X^4; f_K)}{E^2(X^2; f_K)} = 2 \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right), \quad (45)$$

de donde se puede estimar $\hat{\alpha}$ como

$$\hat{\alpha} = \frac{2}{\mathbf{x}^4/\mathbf{x}^2 - 2}. \quad (46)$$

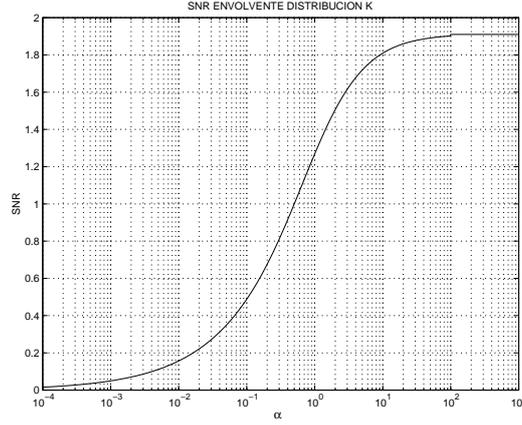


Figura 6: SNR para la distribución K en función de α .

- A partir de los momentos de órdenes dos y seis se tiene la expresión

$$\frac{E(X^6; f_K)}{E^3(X^2; f_K)} = 6 \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \left(1 + \frac{2}{\alpha}\right), \quad (47)$$

de donde se puede estimar $\hat{\alpha}$ como

$$\hat{\alpha} = \frac{9 + \sqrt{9 + 12\overline{x^6}/\overline{x^2}}}{\overline{x^6}/\overline{x^2} - 6}. \quad (48)$$

- A partir de los momentos de órdenes uno y dos se tiene la expresión

$$\frac{E(X^2; f_K)}{E^2(X; f_K)} = \frac{4\alpha\Gamma^2(\alpha)}{\pi\Gamma^2\left(\alpha + \frac{1}{2}\right)}, \quad (49)$$

pero en este caso no se puede despejar α y habría que utilizar un algoritmo iterativo para obtener un valor aproximado para $\hat{\alpha}$.

Utilizando las expresiones anteriores se puede calcular la SNR en la envolvente como

$$\text{SNR}_K = \left[\frac{4\alpha\Gamma^2(\alpha)}{\pi\Gamma^2\left(\alpha + \frac{1}{2}\right)} - 1 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (50)$$

En la figura 6 podemos ver la SNR en función del número efectivo de dispersores α . Cuando éste se hace grande tiene por límite 1,91, que era la SNR para la distribución Rayleigh.

3.4. *Speckle* Parcialmente Resuelto

El modelo de distribución K supone una generalización de la distribución Rayleigh, que considera la posibilidad de tener densidades de dispersores pequeñas. Sin embargo, no tiene en cuenta la presencia de una componente determinista en la señal recibida. Por el contrario, la distribución tipo Rice es una generalización de la distribución Rayleigh, que

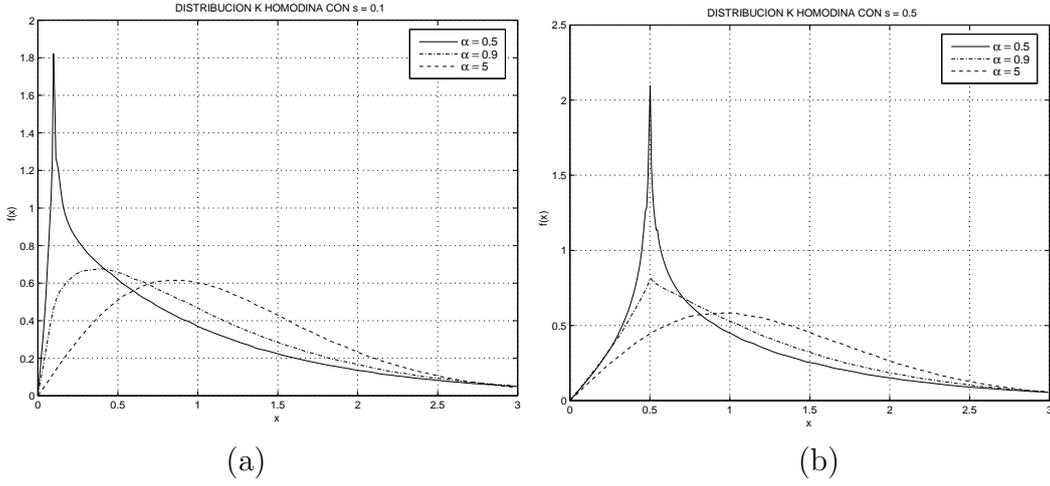


Figura 7: Función densidad de probabilidad K homodina en función del número efectivo de dispersores α con $\sigma = 1$. En (a) $s = 0,1$ y en (b) $s = 0,5$.

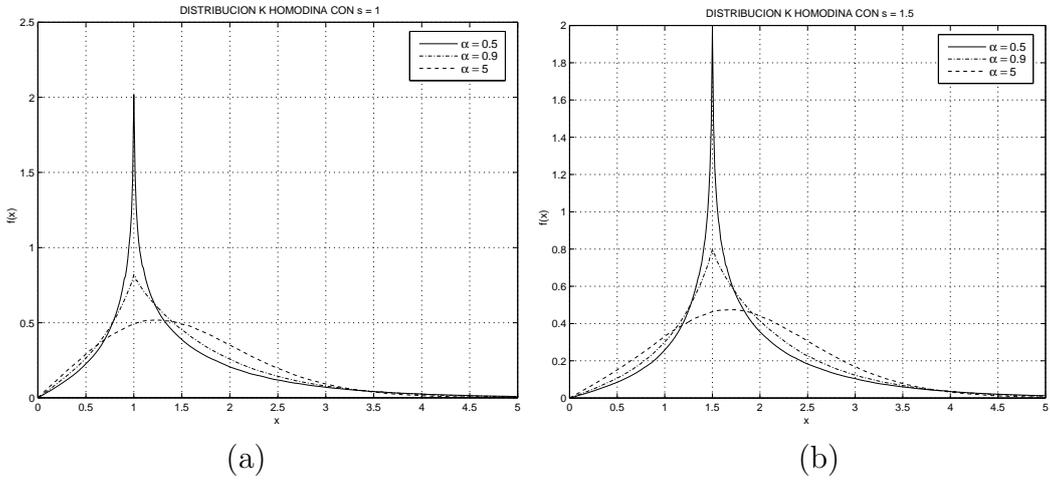


Figura 8: Función densidad de probabilidad K homodina en función del número efectivo de dispersores α con $\sigma = 1$. En (a) $s = 1$ y en (b) $s = 1,5$.

sí tiene en cuenta la presencia de componente determinista, pero que no es válida cuando el número de dispersores es pequeño. Para construir un modelo totalmente general que tenga en cuenta la posibilidad de que el número efectivo de dispersores sea pequeño y que tenga en cuenta la presencia de componente determinista en la señal recibida, hemos de recurrir a la distribución K homodina.

Si la señal recibida tiene una componente determinista s , usando notación fasorial, la señal recibida para un número arbitrario N de ecos será

$$Z_x = Z_s + \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{i\phi_n}, \quad (51)$$

donde N es una variable aleatoria, igual que para la distribución K.

Por las mismas razones que el caso de la distribución K para *speckle* parcialmente formado, la distribución K homodina se puede considerar una distribución Rice cuyo

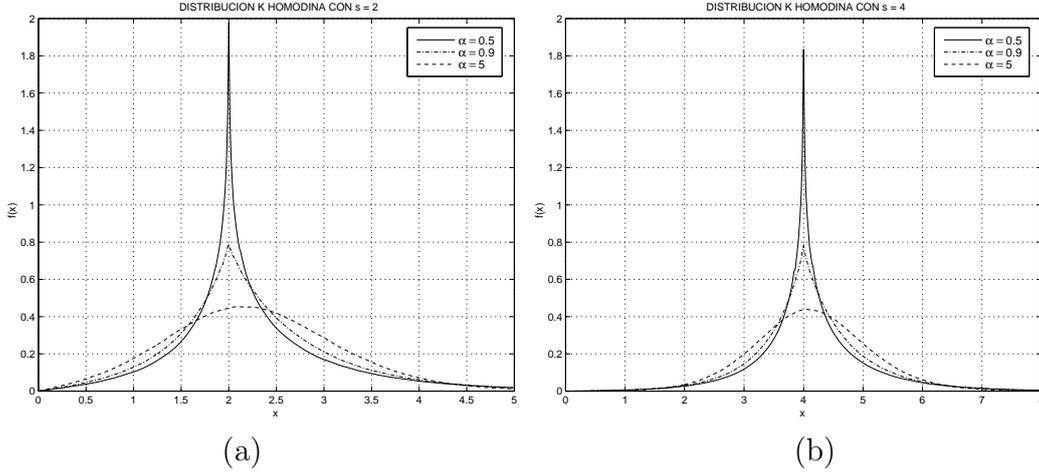


Figura 9: Función densidad de probabilidad K homodina en función del número efectivo de dispersores α con $\sigma = 1$. En (a) $s = 2$ y en (b) $s = 4$.

parámetro es una variable Gamma. Si X es la envolvente, tenemos que

$$f_{\text{KH}}(x) = \int_0^\infty f_r(x/z) f_G(z) dz, \quad (52)$$

donde $f_r(x/z)$ es la distribución Rice con parámetros $\sigma^2 Z/\alpha$ y s

$$f_r(x/z) = \frac{x\alpha}{\sigma^2 z} \exp\left(-\frac{\alpha(x^2 + s^2)}{2\sigma^2 z}\right) I_0\left(\frac{sx\alpha}{\sigma^2 z}\right), \quad x > 0 \quad (53)$$

y Z es una variable Gamma con función densidad de probabilidad $f_G(z)$ con parámetro α .

En la figuras 7, 8 y 9 puede verse la distribución K homodina para $\sigma = 1$ en todos los casos. Se representan distintas familias de curvas en función del número efectivo de dispersores α y de la cantidad de componente determinista s . Cada curva se determinó experimentalmente a partir de 10^7 simulaciones usando el método de Monte Carlo.

En figura 7, como s tiene un valor pequeño, encontramos un gran parecido a la distribución K de la figura 5. En esta misma figura, la curva con trazo discontinuo para $\alpha = 5$, tiende a la distribución Rayleigh de la figura 2, en la que se suponía que no teníamos componente determinista y el número efectivo de dispersores era elevado. La curva de trazo continuo tiende a la distribución log-normal como ya se dijo.

En las figuras 7, 8 y 9 las curvas con trazo discontinuo corresponden a un valor de $\alpha = 5$, por lo que la distribución K homodina tiende a la distribución Rice de la figura 3, en la que se hacía la suposición de número efectivo de dispersores grande.

Cuando el número efectivo de dispersores disminuye, la envolvente dista de ser una distribución Rice, por lo que dicha envolvente tiende a acumularse más en torno a la media, disminuyendo por tanto su varianza.

A modo de resumen:

- Cuando la componente determinista tiende a cero, la distribución K homodina tiende a la distribución K.
- Cuando el número efectivo de dispersores tiende a infinito, la distribución K homodina tiende a la distribución Rice.

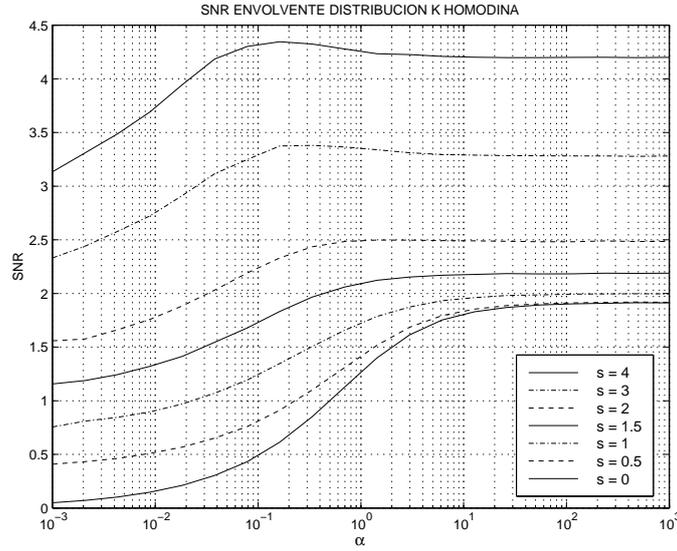


Figura 10: SNR para la distribución K homodina en función del número efectivo de dispersores α y la cantidad de componente determinista s para $\sigma = 1$.

- Cuando tanto el número efectivo de dispersores como la componente determinista tiende a cero, la distribución K homodina tiende a la distribución log-normal.
- Cuando el número efectivo de dispersores tiende a infinito y la componente determinista tiende a cero, la distribución K homodina tiende a la distribución Rayleigh.

Cualquier momento de la distribución K homodina se puede evaluar mediante la expresión

$$\mathbb{E}(X^n; f_{KH}) = \int_0^\infty \mathbb{E}(X^n/z; f_r) f_G(z) dz. \quad (54)$$

La expresión anterior en general no se puede resolver analíticamente. En el caso de que n sea par, sí se puede obtener una expresión cerrada, resultando entonces

$$\mathbb{E}(X^{2n}; f_{KH}) = \frac{(n!)^2}{\Gamma(\alpha)} \left(\frac{2\sigma^2}{\alpha} \right)^n \sum_{k=0}^n \frac{\Gamma(\alpha + n - k)}{(k!)^2 (n - k)!} \left(\frac{s^2 \alpha}{2\sigma^2} \right)^k. \quad (55)$$

A partir de esta expresión general, se pueden deducir los momentos de órdenes dos, cuatro y seis

$$\mathbb{E}(X^2; f_{KH}) = 2\sigma^2 + s^2 \quad (56)$$

$$\mathbb{E}(X^4; f_{KH}) = 8 \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \sigma^4 + 8\sigma^2 s^2 + s^4 \quad (57)$$

$$\mathbb{E}(X^6; f_{KH}) = 48 \left(1 + \frac{3}{\alpha} + \frac{2}{\alpha^2} \right) \sigma^6 + 72 \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \sigma^4 s^2 + 18\sigma^2 s^4 + s^6. \quad (58)$$

A partir de estos tres momentos y teniendo en cuenta que tenemos tres parámetros, σ , α y s , se puede resolver el sistema numéricamente para estimarlos.

En la figura 10 podemos ver varias curvas de la SNR dada por

$$\text{SNR}_{\text{KH}} = \frac{E(X; f_{\text{KH}})}{\sqrt{\text{var}(X; f_{\text{KH}})}} \quad (59)$$

en función del número efectivo de dispersores α para $\sigma = 1$, para diferentes cantidades de componente determinista s . La curva inferior representa la SNR cuando no tenemos componente determinista ($s = 0$) y corresponde a la SNR de la distribución K de la figura 6. Esta curva tiende al valor 1,91 cuando el número efectivo de dispersores α tiende a infinito. Este valor corresponde a la SNR de la distribución Rayleigh. Si representáramos en una curva los límites de las curvas de la figura 10 cuando el número efectivo de dispersores α tiende a infinito obtendríamos la curva de la figura 4, que corresponde a la SNR de la distribución Rice. Cada punto de cada curva se estimó numéricamente a partir de 10^5 simulaciones empleando el método de Monte Carlo.

4. Análisis Estadístico de Primer Orden de la Imagen de Intensidad

Los sistemas clínicos de ultrasonidos emplean procesado no lineal para reducir el rango dinámico de la envolvente de la señal y así poder visualizarla en una pantalla con un rango dinámico más pequeño; lo emplean también para enfatizar los objetos con poca dispersión. Típicamente, la envolvente puede tener un rango del orden de 50 a 70 dB, mientras que una pantalla de visualización puede tener de 20 a 30 dB. Esta reducción necesaria del rango dinámico se logra normalmente utilizando una compresión logarítmica que comprime de forma selectiva las envolventes mayores.

Esta clase de compresión no lineal cambia totalmente la estadística de la envolvente. La distribución K y la K homodina ya no se pueden utilizar para modelar la distribución de la envolvente comprimida. Todavía no se ha derivado una expresión cerrada para la distribución K comprimida logarítmicamente. Sin embargo, en el caso de que el número efectivo de dispersores en la celda de resolución fuera elevado, la envolvente se comportaba como una variable Rayleigh. En este caso sí que se ha derivado una expresión cerrada para la envolvente comprimida logarítmicamente. Por lo tanto, para el *speckle* completamente formado comprimido de forma logarítmica, la imagen de ultrasonidos se va a poder modelar como una *distribución log-Rayleigh*.

La función de transferencia logarítmica se puede expresar como

$$Y = D \ln X + G, \quad (60)$$

donde X es la amplitud de la envolvente y Y es la amplitud de la imagen ya comprimida de forma logarítmica. D es un parámetro del compresor que representa el rango dinámico y G es una ganancia lineal del compresor. Suponemos que la entrada X no puede ser cero.

La ganancia lineal G no afecta a la estadística de la distribución de salida, sino que únicamente cambia la media de la función de distribución. Sin embargo, el parámetro D y la función logaritmo sí que afectan a la distribución.

Si los valores mínimo y máximo de la entrada X_{\min} y X_{\max} dan lugar a los valores mínimo y máximo de la salida Y_{\min} y Y_{\max} respectivamente a través de la ecuación (60),

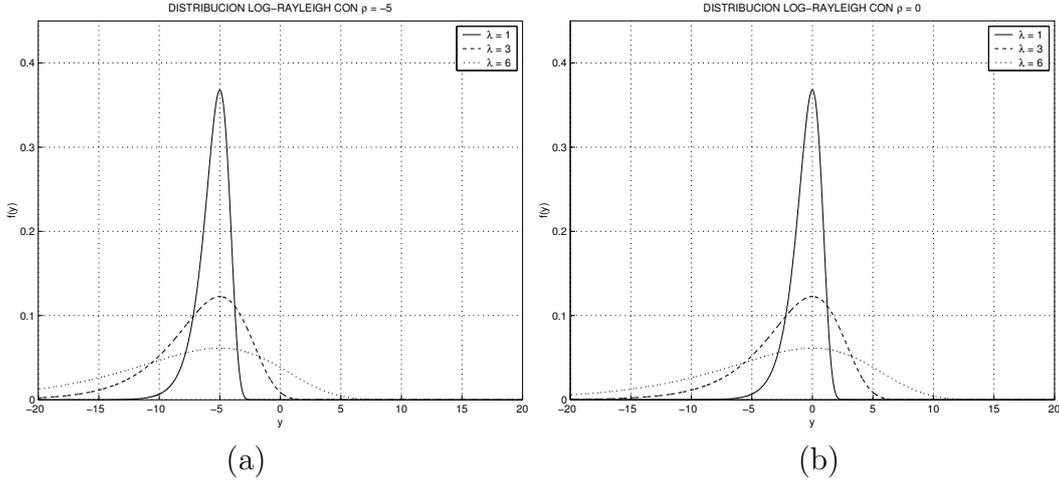


Figura 11: Función densidad de probabilidad log-Rayleigh en función del parámetro λ . En (a) $\rho = -5$ y en (b) $\rho = 0$.

entonces la relación entre ellos viene dada por

$$Y_{\max} - Y_{\min} = D \ln \left(\frac{X_{\max}}{X_{\min}} \right). \quad (61)$$

El lado derecho de la ecuación (61) representa el rango dinámico de la señal de entrada y el lado izquierdo el rango dinámico de la señal de salida. El rango dinámico de la señal de entrada R se puede poner como

$$R = 20 \ln \left(\frac{X_{\max}}{X_{\min}} \right), \quad (62)$$

entonces

$$D = \frac{20}{R} (Y_{\max} - Y_{\min}). \quad (63)$$

Ahora si el rango dinámico de la salida y de la entrada son conocidos, el parámetro D se puede determinar usando la ecuación (63). La ecuación (63) también nos indica por qué el parámetro D recibe el nombre de parámetro de rango dinámico del compresor.

En el caso de que X tenga distribución Rayleigh con parámetro σ^2 , empleando el *teorema fundamental de probabilidad*, se puede obtener la distribución de Y como

$$f_{\text{LR}}(y) = \frac{1}{\lambda} \exp(-g - \exp(-g)), \quad (64)$$

donde

$$g = \frac{\rho - y}{\lambda} \quad (65)$$

$$\rho = D \frac{\ln(2\sigma^2)}{2} + G \quad (66)$$

$$\lambda = \frac{D}{2}. \quad (67)$$

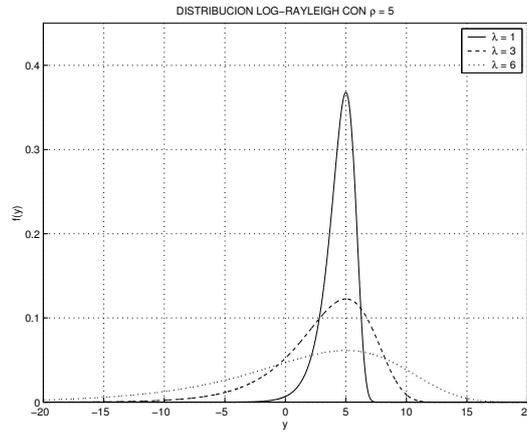


Figura 12: Función densidad de probabilidad log-Rayleigh en función del parámetro λ para $\rho = 5$.

La función de densidad de probabilidad definida por (64) se denomina *función doblemente exponencial* o de *Fischer-Tippet*. En las figuras 11(a), 11(b) y 12 podemos ver esta densidad de probabilidad parametrizada por el parámetro λ para $\rho = -5$, $\rho = 0$ y $\rho = 5$, respectivamente. Como se puede ver el parámetro ρ es un parámetro de centralidad de la curva, mientras que λ es un parámetro de forma relacionado con la mayor o menor concentración de los datos en torno de el valor de λ . Como se puede apreciar la función no es simétrica y está definida en todo el eje real. ρ puede tomar cualquier valor real, mientras que λ tiene que ser positivo.

La media y varianza se pueden calcular como

$$E(Y; f_{LR}) = \rho - \gamma\lambda \quad (68)$$

$$\text{var}(Y; f_{LR}) = \frac{\pi^2\lambda^2}{6}, \quad (69)$$

donde γ es la *constante de Euler* y vale $\gamma \approx 0,5772$. La media y la varianza de esta distribución también se pueden escribir como

$$E(Y; f_{LR}) = D \left[\frac{\ln 2}{2} + \ln \sigma - \frac{\gamma}{2} \right] + G \quad (70)$$

$$\text{var}(Y; f_{LR}) = \frac{\pi^2}{24} D^2. \quad (71)$$

De la ecuación (71) se puede ver que la varianza de la envolvente comprimida de forma logarítmica es independiente de σ^2 y sólo depende del parámetro del rango dinámico D . Entonces este parámetro se puede estimar fácilmente a partir de los momentos muestrales de primer y segundo orden de una región con *speckle* completamente formado

$$\hat{D} = \frac{2\sqrt{6\bar{y}^2 - 6(\bar{y})^2}}{\pi}. \quad (72)$$

La distribución de la ecuación (64) tiene dos parámetros λ y ρ que se pueden estimar con el método de los momentos a partir de las ecuaciones (68) y (69) obteniéndose

$$\hat{\lambda} = \frac{\sqrt{6\bar{y}^2 - 6(\bar{y})^2}}{\pi} \quad (73)$$

$$\hat{\rho} = \bar{\mathbf{y}} + \gamma \frac{\sqrt{6\bar{\mathbf{y}}^2 - 6(\bar{\mathbf{y}})^2}}{\pi}. \quad (74)$$

En el caso de que la envolvente no se pueda modelar como una distribución Rayleigh, la distribución log-Rayleigh anterior no es válida. Esto ocurrirá cuando el *speckle* no esté completamente formado. En ese caso habría que determinar la distribución de la imagen de intensidad a partir de la envolvente utilizando la ecuación (60) y el teorema fundamental de probabilidad con las distribuciones Rice, K o K homodina. Sin embargo, esto no da lugar a expresiones cerradas y en general es bastante complicado.